高3数学β　2017スタンダード演習　30.指数･対数関数

$\boxed{1}$［2009 京都薬科大］

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

(1)　$\log_{10}4=$ ア$\boxed{}$，$\log_{10}5=$ イ$\boxed{}$，$\log_{10}6=$ ウ$\boxed{}$ となる。

　ただし，小数第 4 位まで答えよ。

(2)　大小関係 $48<49<50$ より，$\log_{10}7=$ エ$\boxed{}$ となる。

　ただし，$\log_{10}7$ の値の小数第 3 位以下を切り捨て，小数第 2 位まで答えよ。

(3)　自然数 n の 7 乗が 7 桁の数であるとき，n の値の範囲は，オ$\boxed{}\leqq n\leqq$ カ$\boxed{}$ である。

(4)　18^{50} は，キ$\boxed{}$ 桁の整数であり，また，最高位の数字は ク$\boxed{}$ で，一の位の数字は ケ$\boxed{}$ である。

$\boxed{2}$［2012 新潟大］

(1)　$\log_{10}3$ は無理数であることを示せ。

(2)　$\dfrac{6}{13}<\log_{10}3<\dfrac{1}{2}$ が成り立つことを示せ。

(3)　3^{26} の桁数を求めよ。

$\boxed{3}$［2016 名城大］

$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。このとき，5^{30} は ア$\boxed{}$ 桁の整数である。また，0.06^{30} は小数第 イ$\boxed{}$ 位に初めて 0 でない数字が現れる。

$\boxed{4}$［2015 明治大］

3^{52} の桁数は ア$\boxed{}$ であり，最高位の数字は イ$\boxed{}$ である。

ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$，$\log_{10}7=0.8451$とする。

$\boxed{5}$ [2015 星薬科大]

自然数 n に対して 3^n の値が 27 桁で，最高位の数字が 5 で始まるとき，$n=\boxed{}$ である。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

$\boxed{6}$ [2015 三重大]

(1)　a，b，c は正の実数で，$a \fallingdotseq 1$，$c \fallingdotseq 1$ とするとき，$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ となることを，対数の定義に基づいて証明せよ。ただし，必要ならば，$\log_p M^r = r\log_p M$ $(p>0$，$p \fallingdotseq 1$，$M>0$，r は実数$)$ を用いてよい。

(2)　方程式 $\log_4(x+3)=\log_2 x-1$ を解け。

(3)　方程式 $\log_4(x+k)=\log_2 x-1$ が解をもつような実数 k の範囲を求めよ。

$\boxed{7}$ [2015 津田塾大]

不等式 $\log_x y+2\log_y x<3$ を満たす点 $(x,\ y)$ の存在する範囲を図示せよ。

$\boxed{8}$ [2009 青山学院大]

$x \geqq 1$，$y \geqq 1$ で $(\log_2 x-1)^2+(\log_2 y)^2=5$ とする。このとき，x^2y の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{9}$ [2014 星薬科大]

$x \geqq 1$，$y \geqq 1$，$3 \leqq xy \leqq 81$ とする。$k=\dfrac{1}{4}\log_3 x+\log_3 y$ とおくとき，k がとりえる値の範囲は $\dfrac{{}^{ア}\boxed{}}{{}^{イ}\boxed{}} \leqq k \leqq {}^{ウ}\boxed{}$ であり，また，$k=1$ ならば，$\log_3 x$ の最大値は ${}^{エ}\boxed{}$，$\log_3 y$ の最大値は ${}^{オ}\boxed{}$ である。