

1 [2017スタンダード I II AB受 名古屋学芸大]

$a, b$  を自然数とする。 $4a+3b$  を 7 で割った余りが 3 で、 $3a+2b$  を 7 で割った余りが 5 であるとき、 $a, b$  を 7 で割った余りをそれぞれ求めよ。

2 [2007 島根県立大]

$7^{100}$  を 5 で割った余りを求めよ。

3 [2013 名古屋市立大]

$13^{2013}$  を 5 で割ったときの余りを求めよ。

4 [2000 早稲田大]

$2000^{2000}$  を 12 で割ったときの余りを求めよ。

5 [1997 東京女子大]

$n$  を自然数とする。 $n^3+2n+1$  を 3 で割ると 1 余ることを証明せよ。

6 [2017スタンダード I II AB受 東京都立大]

(1)  $y$  が整数のとき、 $y^2+2$  は 5 で割り切れないことを示せ。

(2)  $5x^2-2y^2=4$  を満たす整数  $x, y$  の組は存在しないことを示せ。

7 [2013 早稲田大]

自然数の組  $(x, y, z)$  が等式  $x^2+y^2=z^2$  を満たすとする。

(1) すべての自然数  $n$  について、 $n^2$  を 4 で割ったときの余りは 0 か 1 のいずれかであることを示せ。

(2)  $x$  と  $y$  の少なくとも一方が偶数であることを示せ。

(3)  $x$  が偶数、 $y$  が奇数であるとする。このとき、 $x$  が 4 の倍数であることを示せ。