高3数学α　数学Ⅲスタ演　2.複素数と図形(1)

$\boxed{1}$ [2003 明治薬科大]

複素数平面上の点 z に次の移動を行った点を z とその共役複素数 $\overline{z}$ で表せ.

z を実軸に関して対称移動した点は ${}^{ア}\boxed{}$ で，z を虚軸に関して対称移動した点は ${}^{イ}\boxed{}$ である．また，z を原点に関して対称移動した点は ${}^{ウ}\boxed{}$ で，z を直線 $z=i\overline{z}$ に関して対称移動した点は ${}^{エ}\boxed{}$ で，z を原点を中心に $90°$ 回転移動した点は ${}^{オ}\boxed{}$ である.

$\boxed{2}$ [2017 福岡大]

i を虚数単位とし，$z=\sqrt{3}+i$ とする。原点を O とし，A(z)，B(z^2) とするとき，△OAB の面積は ${}^{ア}\boxed{}$ である。また，△OBC が正三角形となるような点 C を表す複素数をすべて求めると ${}^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$ [2018 龍谷大]

複素数平面上で 3 点 $\alpha=1+i$，$\beta=3+2i$，γ が正三角形の頂点となるような γ を求めよ。

$\boxed{4}$ [1997 津田塾大]

(1)　複素数平面上の 3 点 α, β, γ が同一直線上にあるための必要十分条件は $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数であることを示せ.

(2)　3 個の複素数 $-1, iz, z^2$ が同一直線上にあるための条件を求めよ.

$\boxed{5}$ [2001 武蔵工業大]

複素数平面上の 3 点 A$(1+i)$，B$(5-i)$，C$(3+it)$ が $\angle\mathrm{BAC}=90°$ を満たすとき，実数 t の値を求めよ.

$\boxed{6}$ [1998 三重大]

複素数 z に対し，次の 2 つの条件を考える．

(A)　1，z^2，z^3 はすべて異なる．

(B)　1，z^2，z^3 は複素数平面上において一直線上にある．

(1)　条件 (A) を満たさない複素数 z をすべて求めよ．

(2)　条件 (A), (B) をともに満たす z の範囲を求め，図示せよ．

$\boxed{7}$ [2002 名古屋工業大]

複素数平面上に三角形 ABC と 2 つの正三角形 ADB，ACE とがある．ただし，点 C，点 D は直線 AB に関して反対側にあり，また，点 B，点 E は直線 AC に関して反対側にある．線分 AB の中点を K，線分 AC の中点を L，線分 DE の中点を M とする．線分 KL の中点を N とするとき，直線 MN と直線 BC とは垂直であることを示せ．

$\boxed{8}$ [1999 早稲田大]

複素数平面上で，A(α)，B(β) は $\alpha^2+\beta^2=\alpha\beta$，$|\alpha-\beta|=3$ を満たす O(0) と異なる複素数を表す点とする．

(1)　$\dfrac{\alpha}{\beta}$ を求めよ．

(2)　α の絶対値を求めよ．

(3)　△OAB の面積を求めよ．

$\boxed{9}$ [2004 横浜国立大]

異なる複素数 α，β，γ が $2\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-2\alpha\beta-2\alpha\gamma=0$ を満たすとき

(1)　$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ の値を求めよ．

(2)　複素数平面上で，3 点 A(α)，B(β)，C(γ) を頂点とする △ABC はどのような三角形か．

(3)　α，β，γ が x の 3 次方程式 $x^3+kx+20=0$ (k は実数の定数) の解であるとき，α，β，γ および k の値を求めよ．

$\boxed{10}$［1996 名古屋工業大］

複素数平面上で点 z と点 z' とが，原点と点 α $(\alpha \fallingdotseq 0)$ を通る直線に関して対称な点であるためには $\overline{\alpha}z'=\alpha\overline{z}$ が必要十分条件であることを証明せよ．ただし，対称軸上の点はそれ自身と対称である．

$\boxed{11}$［1998 日本女子大］

右図のように複素数平面の原点を P_0 とし，P_0 から実軸の正の方向に 1 進んだ点を P_1 とする．次に P_1 を中心として 45° 回転して向きを変え，$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 進んだ点を P_2 とする．以下同様に P_n に到達した後，45° 回転してから前回進んだ距離の $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 倍進んで到達する点を P_{n+1} とする．このとき，点 P_{10} が表す複素数を求めよ．