

A, B, C, D, E の 5 チームがあり, それぞれのチームは他のチームと 1 回ずつ試合をする.
2 つのチームが対戦するときの勝敗の確率は $\frac{1}{2}$ とし, 引き分けはないものとする.

(1) 試合は全部で 試合行われる.

(2) 4 敗のチームが現れる確率は である.

(3) 3 勝 1 敗のチームがちょうど 3 チーム現れる確率は である.

(近畿大)

解説

(1) リーグ戦の表を考えて,

$$\frac{5^2 - 5}{2} = 10 \text{ 試合}$$

別解

5 チームから 2 チームを選ぶ選び方だけ試合数はあるから

$${}_5C_2 = 10 \text{ 試合}$$

(2) A が 4 敗するとき

A が含まれる 4 試合はすべて A が負けて

あとの 6 試合はどちらが勝ってもよい

B から E が 4 敗するときも同様

よって

$$5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 1^6 = \frac{5}{16}$$

(3) A, B, C が 3 勝 1 敗のとき

A が B, C の両方に勝つとすると, B は C に勝たなければならず,

このとき C は 2 敗となり矛盾

よって, A, B, C 内では全員 1 勝 1 敗であり, A, B, C は D, E には勝つ

このとき, A, B, C 内の勝ち負けは

	A	B	C		A	B	C
A		○	X	A		X	○
B			○	B			X
C				C			

の 2 通りで

A, B, C は D, E には勝ち

D, E の対戦はどちらが勝ってもよい

3 勝 1 敗である 3 チームはどのチームでもよいので

$${}_5C_3 \times 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 \cdot 1 = \frac{5}{128}$$