

高3数学β 2017スタンダード演習 9.式の値, 二項定理

[1] [2017スタンダード I II A B受 慶應義塾大]

$(x+1)^8(x-1)^4$ を展開したとき, x^{10} の項の係数を求めよ。また, $(x^2+x+1)^6$ を展開したとき, x^{10} の項の係数を求めよ。

[2] [2017スタンダード I II A B受 上智大]

$(100.1)^7$ の百の位と小数第4位の数字を求めよ。

[3] [2017スタンダード I II A B受 大分大]

n を自然数とする。 $(1+x)^n$ の展開式を利用して, 次の問いに答えよ。

(1) ${}_nC_1 + {}_nC_2 + \dots + {}_nC_n = 127$ を満たす n の値を求めよ。

(2) 31^{17} を 900 で割ったときの余りを求めよ。

[4] [1998 奈良女子大]

(1) 素数 p と $1 \leq r \leq p-1$ なる整数 r に対して, 二項係数についての等式

${}_rC_p = p {}_{p-1}C_{r-1}$ を証明し, ${}_pC_r$ は p の倍数であることを示せ.

(2) 素数 p に対して 2^p を p で割った余りを求めよ.

[5] [2017スタンダード I II A B受 熊本大]

n を 3 以上の奇数として, 集合 $A_n = \{{}_nC_1, {}_nC_2, \dots, {}_nC_{\frac{n-1}{2}}\}$ を考える。

(1) A_9 のすべての要素を求め, それらの和を求めよ。

(2) ${}_nC_{\frac{n-1}{2}}$ が A_n 内の最大の数であることを示せ。

(3) A_n 内の奇数の個数を m とする。 m は奇数であることを示せ。