

高3数学β 2017スタンダード演習 12.数の理論2

[1] [2001 近畿大]

m は 7 で割れば 3 余る整数, n は 7 で割れば 4 余る整数とする. このとき, $m+2n$ を 7 で割ると余りは $\text{ア} \boxed{}$ である.

mn を 7 で割ると余りは $\text{イ} \boxed{}$ である.

n^3 を 7 で割ると余りは $\text{ウ} \boxed{}$ である.

n^{2001} を 7 で割ると余りは $\text{エ} \boxed{}$ である.

[2] [1998 学習院大]

どのような整数 n に対しても, n^2+n+1 は 5 で割り切れないことを示せ.

[3] [2012 津田塾大]

- (1) 奇数の平方は 8 で割ると 1 余ることを示せ。
- (2) 11, 111, 1111, …… のように数字 1 のみが並ぶ 2 衡以上の整数は平方数ではないことを示せ。

[4] [2015 津田塾大]

4 で割って 3 余る自然数 m は, 整数 a, b を用いて $m=a^2+b^2$ と表すことができないことを示せ。

[5] [2002 関西学院大]

a, b, c を自然数とする.

- (1) a が 3 の倍数でないならば, a^2-1 は 3 の倍数であることを示せ.
- (2) $a^2+b^2=c^2$ が成り立つとき, a, b の少なくとも一方は 3 の倍数であることを示せ.
- (3) a, b が互いに素で, $a^2+b^2=c^2$ が成り立つとき, c は奇数であることを示せ.