

1 [2013 弘前大]

$a > 0$ となる定数 a に対して、関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x - \frac{2}{3}a^3$ とする。

- (1) $y = |f(x)|$ のグラフの概形をかけ。
- (2) $-1 \leq x \leq 1$ における関数 $|f(x)|$ の最大値を求めよ。

2 [2006 北海道大]

実数 p に対して、3次方程式 $4x^3 - 12x^2 + 9x - p = 0$ ……① を考える。

- (1) 関数 $f(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ の極値を求めて、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) 方程式①の実数解の中で $0 \leq x \leq 1$ の範囲にあるものがただ1つであるための p の条件を求めよ。

3 [2001 高知大]

方程式 $2x^3 + 3x^2 - 12x - k = 0$ は、異なる3つの実数解 α, β, γ をもつとする。

$\alpha < \beta < \gamma$ とするとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 定数 k の値の範囲を求めよ。
- (2) $-2 < \beta < -\frac{1}{2}$ となるとき、 α, γ の値の範囲を求めよ。

4 [2011 横浜国立大]

3次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + k$ について、次の問い合わせに答えよ。ただし、 k は定数とする。

- (1) $f(x)$ が極値をとるときの x の値を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる3つの整数解をもつとき、 k の値およびその整数解を求めよ。

5 [2011 埼玉大]

実数 a は、 $0 < a < 1$ を満たしているとする。

- (1) 3次方程式 $x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x = 0$ は3つの異なる実数解をもつことを証明せよ。
- (2) 3次方程式 $x^3 + 3ax^2 + 3(a^2 - 1)x - 2 = 0$ は3つの異なる実数解をもつことを証明せよ。

6 [2002 大阪市立大]

関数 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x$ に対して、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 点 $(0, k)$ から曲線 $y = f(x)$ に引くことができる接線の本数を、 k の値によって調べよ。

7 [2000 小樽商科大]

$f(x) = x^3 - 4x$ とし、 C を曲線 $y = f(x)$ とする。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ、極値を求めよ。また、曲線 C のグラフをかけ。
- (2) 曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。
- (3) 点 $P(a, b)$ を xy 平面上の点とする。点 $P(a, b)$ を通り曲線 C の接線でもあるような直線が、1本はあり、しかも1本しかないと認めの a, b に関する条件 J を導き、条件 J を満たす点 $P(a, b)$ の集まりがなす領域を図示せよ。

8 [2014 早稲田大]

2つの関数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x$, $g(x) = -9x^2 + 6x + a$ に対して、次の問い合わせに答えよ。ただし a は定数とする。

- (1) $f(x)$ の極大値および極小値を与える x の値をそれぞれ α, β とおく。 α および β の値を求めよ。
- (2) 任意の $x > \alpha$ に対して、 $f(x) \geq g(x)$ を満たす a の値の範囲を求めよ。
- (3) 任意の $x_1 > \alpha$ および任意の $x_2 > \alpha$ に対して、 $f(x_1) \geq g(x_2)$ を満たす a の値の範囲を求めよ。

9 [2010 慶應義塾大]

$x \geq 0$ のとき、 $x^3 + 32 \geq px^2$ が成り立つような定数 p の最大値は である。