

高3数学β 2017スタンダード演習 47.漸化式と数列

1 [2011 法政大]

$a_1=1, a_{n+1}=a_n+2^n-2n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定義される数列の一般項 a_n を求めよ。

2 [2009 立命館大]

$a_1=1, a_{n+1}=\left(1+\frac{2}{n}\right)a_n$ ($n\geq 1$) を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。

3 [2008 同志社大]

次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=3, a_{n+1}=2a_n+1$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

(2) $b_1=2, b_{n+1}=2b_n+n$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

(3) $c_1=2, c_{n+1}=2c_n+\frac{1}{2}n(n-1)$ ($n=1, 2, 3, \dots$)

4 [1998 名城大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=-1000, a_{n+1}=2a_n+2^{2n}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定義されているとき、一般項 a_n と、 a_n を最小にする n の値を求めよ。

5 [2009 関西大]

n を自然数として、数列 $\{a_n\}$ が $a_1=\frac{3}{2}, a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{1}{2^n}$ によって定められている。

次の $\boxed{\quad}$ をうめよ。

(1) $a_2=\sqrt[3]{\boxed{\quad}}$ である。

(2) $b_n=2^n a_n$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表すと $b_{n+1}=\sqrt[n+1]{\boxed{\quad}}$ である。

(3) b_n を n を用いて表すと $b_n=\sqrt[n]{\boxed{\quad}}$ であり、 a_n を n を用いて表すと
 $a_n=\sqrt[n]{\boxed{\quad}}$ である。

(4) $\sum_{k=1}^n a_k=\sqrt[n]{\boxed{\quad}}$ である。

高3数学β 2017スタンダード演習 47.漸化式と数列

6 [2015 関西大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1}^3 = 2^{10}a_n^4$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められている。

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく。数列 $\{b_n\}$ が満たす漸化式を求めよ。
- (2) 一般項 b_n を求めよ。
- (3) $a_n < 2^{2015}$ となる最大の自然数 n を求めよ。ただし, $\log_2 3 = 1.585$, $\log_2 5 = 2.322$ とする。

7 [2010 早稲田大]

条件 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{a_n + 2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ に対して,

$b_n = \frac{a_n - 2}{a_n + 1}$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は等比数列となり、これより、数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$$a_n = \frac{\text{ア } \boxed{} \cdot \text{イ } \boxed{}^n + \text{ウ } \boxed{}}{\text{エ } \boxed{}^n - \text{オ } \boxed{}} \text{ となる。}$$

8 [2014 芝浦工業大]

条件 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

このとき $a_5 = \text{ア } \boxed{}$ であり, $a_{2014} = \text{イ } \boxed{}$ である。

9 [2015 奈良県立医科大]

次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 3, a_2 = 5, a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

10 [2000 宇都宮大]

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 6$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ について、次の問い合わせに答えよ。

- (1) a_4 を求めよ。
- (2) $b_n = a_{n+1} - a_n$ とおくと、数列 $\{b_n\}$ は等差数列であることを示せ。
- (3) a_n を n の式で表せ。

[11] [1997 慶應義塾大]

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ は次の条件を満たしている。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{5}{4}a_n - \frac{3}{4}b_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 0, b_{n+1} = -\frac{3}{4}a_n + \frac{5}{4}b_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

このとき、一般項 a_n, b_n は $a_n = \frac{\pi[\square]}{\square} + \frac{1}{\square} \times 2^n - \frac{\omega[\square]}{\square} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$,

$$b_n = \frac{\pi[\square]}{\square} - \frac{1}{\square} \times 2^n - \frac{\omega[\square]}{\square} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ となる。}$$

[12] [1996 山口大]

$a_1 = 1, a_{2n} = 2a_{2n-1}, a_{2n+1} = a_{2n} + 2^{n-1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について

(1) 第 $2n$ 項 a_{2n} と第 $(2n+1)$ 項 a_{2n+1} を求めよ。

(2) $\sum_{k=1}^{2n} a_k$ を求めよ。