高3数学α　数学Ⅲスタ演　3.2次曲線(1)

$\boxed{1}$ [2002 鹿児島大]

(1)　点 (1, 1) と直線 $y=-2$ からの距離が等しい点の軌跡は放物線であり，その方程式は $y=ax^2+bx-\dfrac{1}{3}$ である．このとき，$a=$ ア$\boxed{}$，$b=$ イ$\boxed{}$ である．

(2)　2 点 (3, 0)，(−1, 0) からの距離の和が 12 である点の軌跡は楕円であり，その方程式は $\dfrac{(x-r)^2}{p}+\dfrac{y^2}{q}=1$ である．このとき，$p=$ ウ$\boxed{}$，$q=$ エ$\boxed{}$，$r=$ オ$\boxed{}$ である．

$\boxed{2}$ [1998 鹿児島大]

xy 座標平面において，2 直線 $y=2(x+2)$, $y=-2(x+2)$ を漸近線とし，原点を通る双曲線の方程式は ア$\boxed{}$ である．また，この双曲線の 1 つの焦点を $\mathrm{F}(c, 0)$ $(c>0)$ とすると，$c=$ イ$\boxed{}$ である．

$\boxed{3}$ [2006 愛知教育大]

(1)　点 A (2, 0) を中心とする半径 1 の円と直線 $x=-1$ の両方に接し，点 A を内部に含まない円の中心の軌跡は放物線を描く。この放物線の方程式，焦点の座標，準線の方程式を求めよ。

(2)　$a>0$ に対して，Q $(-a, 0)$ とする。(1) の放物線上の点 P が，AP＝AQ を満たすとき，直線 PQ の方程式を求めよ。

$\boxed{4}$ [2007 愛知教育大]

座標平面上に，原点 O を中心とする半径 $2a$ の円 C と，定点 F $(-2b, 0)$ $(0<b<a)$ をとる。C 上の点を Q とし，線分 FQ の垂直二等分線と線分 OQ との交点を P とする。

(1)　線分の長さの和 FP＋PO は，点 Q の位置には無関係に一定であることを示せ。

(2)　点 Q が C 上を動くとき，点 P の軌跡の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$ [1996 東邦大]

楕円 $x^2+\dfrac{y^2}{5}=1$ を原点の周りに 45° 回転した曲線の方程式は

ア$\boxed{}(x^2+y^2)+$ イ$\boxed{}xy=1$ となる．

$\boxed{6}$ [1999 中央大]

次の問いに答えよ.

(1) 楕円 $\dfrac{(x-4)^2}{4}+(y-3)^2=1$ と直線 $y=mx$ が異なる2点で交わるような m の値の範囲を求めよ.

(2) 上の楕円と直線が異なる2点P, Qで交わるとき，PとQの中点はある楕円の上を動く．その楕円の方程式を求めよ.

$\boxed{7}$ [2000 名古屋大]

座標平面上に，双曲線 C : $x^2-y^2=1$ と点A(2, 0)がある.

(1) 点Aを通り双曲線 C と1点のみで交わる直線を求めよ.

(2) 直線 l が点Aを通り双曲線 C と相異なる2点で交わるように動くとき，この2点の中点は，あるひとつの双曲線上にあることを示せ.

$\boxed{8}$ [1999 職業能力開発総合大学校]

楕円 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$ の第1象限の部分について，次の問いに答えよ.

(1) $0\leqq x\leqq\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ において，この曲線と x 軸で挟まれる部分の面積を求めよ.

(2) $\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq 1$ において，この曲線と x 軸で挟まれる部分の面積を求めよ.

$\boxed{9}$ [1998 北海道大]

楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上の点Pから直線 $x-2\sqrt{3}\,y+8=0$ に下ろした垂線の長さの最大値と最小値を求めよ．また，それぞれの場合に，点Pの座標を求めよ.

$\boxed{10}$ [2007 名古屋工業大]

放物線 $y^2=4px$ $(p>0)$ 上に4点があり，それらを y 座標の大きい順にA, B, C, Dとする。線分ACとBDは放物線の焦点Fで垂直に交わっている。ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{FA}}$ が x 軸の正の方向となす角を θ とする。

(1) 線分AFの長さを p と θ を用いて表せ。

(2) $\dfrac{1}{\mathrm{AF}\cdot\mathrm{CF}}+\dfrac{1}{\mathrm{BF}\cdot\mathrm{DF}}$ は θ によらず一定であることを示し，その値を p を用いて表せ。

高3数学α　数学Ⅲスタ演　3.2次曲線(1)

$\boxed{11}$ [1998 信州大]

楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 上に $\mathrm{OP}\perp\mathrm{OQ}$ を満たしながら動く2点P, Qがある．

ただし，Oは原点である．次の問いに答えよ．

(1) $\dfrac{1}{\mathrm{OP}^2}+\dfrac{1}{\mathrm{OQ}^2}$ は一定であることを示せ.

(2) $\mathrm{OP}\cdot\mathrm{OQ}$ の最小値を求めよ.

$\boxed{12}$ [1997 弘前大]

双曲線 $C: 9x^2-y^2=9$ について，

(1) この双曲線の焦点の座標と漸近線の方程式を求めよ.

(2) 直線 $l: y=mx+n$ と双曲線 C が異なる2つの共通点をもつための条件を m, n の式で表せ.

(3) 直線 l と双曲線 C の共通点をP, Q, 直線 l と双曲線 C の2本の漸近線との共通点をR, Sとするとき，PR＝QSが成立することを証明せよ.