

1 [2015 愛知教育大]

$\log_{10} 2$ の値はおおよそ 0.3010 と知られているが、この近似値を使わずに以下の問いに答えよ。

(1) $\alpha = \log_{1000} 2$ とおくとき、 $p\alpha > 1$ となるような最小の整数 p を求めよ。

(2) (1) で求めた p について、不等式 $0 < p\alpha - 1 < \frac{1}{p}$ が成り立つことを示せ。

(3) 不等式 $0.3 < \log_{10} 2 < 0.33$ が成り立つことを示せ。

2 [2006 横浜市立大]

次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 2 = 0.301$, $\log_{10} 3 = 0.477$ と考えたとき、 $x = 5, 6, 8$ に対して、 $\log_{10} x$ を求めよ。

(2) $\log_{10} 7$ は $\log_{10} 6$ と $\log_{10} 8$ のどちらに近いか。また、その証明を与える。

3 [2007 京都教育大]

(1) $2^m = 3^n$ を満たす自然数 m, n は存在しないことを示せ。

(2) $\log_2 3$ は無理数であることを証明せよ。

4 [2004 法政大]

正の数 a, b に対して $p = \frac{\log_{10} a + \log_{10} b}{2}$, $q = \log_{10} \frac{a+b}{2}$, $r = \frac{\log_{10}(a+b)}{2}$ とおく。ただし、 $a \neq b$ とする。

(1) $p < q$ が成り立つことを証明せよ。

(2) $a > 2$, $b > 2$ のとき、 p, q, r を小さい方から順に並べよ。

5 [2012 武庫川女子大]

7^{100} は 85 衤の数である。また、 7^{29} は ${}^7\boxed{\quad}$ 衤の数である。

6 [2013 東京電機大]

$\log_2 5$ の値を 2.3 として、 5^{100} の桁数を求めよ。

高3数学β 2017スタンダード演習 30.指數・対数関数

7 [2014 愛媛大]

$\left(\frac{1}{3}\right)^{26}$ を小数で表すと、小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。ただし、必要ならば $\log_{10}3 = 0.4771$ として計算せよ。

8 [2009 慶應義塾大]

12^{60} は $\sqrt[\text{ア}]{\boxed{}}$ 桁の整数である。また、その最高位の数字は $\sqrt[\text{イ}]{\boxed{}}$ である。ただし、 $\log_{10}2 = 0.3010, \log_{10}3 = 0.4771$ とする。

9 [2008 慶應義塾大]

ある自然数 n に対して 2^n は 22 桁で最高位の数字が 4 となる。

$\log_{10}2 = 0.3010, \log_{10}3 = 0.4771$ として、 n の値を求めよ。また、 2^n の末尾の数字を求めよ。

10 [2015 早稲田大]

不等式 $\log_{x^2+x+1}(2-x) < 0$ を満たす x の範囲は、 $\sqrt[\text{ア}]{\boxed{}} < x < \sqrt[\text{イ}]{\boxed{}}$ 、
 $\sqrt[\text{ウ}]{\boxed{}} < x < \sqrt[\text{エ}]{\boxed{}}$ である。ただし、 $\sqrt[\text{イ}]{\boxed{}} \leq \sqrt[\text{ウ}]{\boxed{}}$ とする。

11 [2015 立命館大]

2つの不等式

$$25^x - 4 \cdot 5^{x+1} - 125 < 0 \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

$$|\log_2 x - k| < \log_4 x \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

について、次の問いに答えよ。

(1) 不等式①の解は $\sqrt[\text{ア}]{\boxed{}}$ である。不等式②の解が存在するとき、定数 k の値の範囲は $\sqrt[\text{イ}]{\boxed{}}$ である。

(2) 不等式②の解は存在するが、不等式①と②を同時に満たす解は存在しない。このとき、定数 k の値の範囲は $\sqrt[\text{ウ}]{\boxed{}}$ である。

12 [2014 宮崎大]

不等式 $\log_x y < 2 + 3\log_y x$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

13 [2007 青山学院大]

実数 x, y が $(\log_3 x)^2 + (\log_3 y)^2 = \log_3 x^2 - \log_3 y^2$ を満たすとき, $\log_3 x, xy, \frac{x}{y}$ のとりうる値の範囲をそれぞれ求めよ。

14 [2006 成城大]

正の数 x, y が $(\log_2 x)^2 + (\log_2 y)^2 \leq \log_2 \frac{x^2}{2\sqrt{2}y^2}$ を満たしながら動くとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\log_2 x = X, \log_2 y = Y$ として, 上式を X と Y で表せ。
- (2) 点 (X, Y) の存在範囲を図示せよ。
- (3) xy の最大値と, そのときの x と y の値を求めよ。