高3数学β　2017スタンダード演習　43.ベクトルと空間図形(2)

$\boxed{1}$［2000 名古屋大］

座標空間内に 4 点 P(3, 1, 4), A(1, 2, 3), B(1, 1, 2), C(2, 1, 1) がある．直線 PA と xy 平面の交点を A′，直線 PB と xy 平面の交点を B′，直線 PC と xy 平面の交点を C′ とする．

(1)　△ABC の面積を求めよ．

(2)　△A′B′C′ の面積を求めよ．

$\boxed{2}$［2000 上智大］

座標空間において，原点 O を通り，ベクトル $\vec{u}=(1,\ 4,\ 1)$ に平行な直線を l，点 A(0, 2, 1) を中心とする半径 1 の球面を S とする．直線 l と球面 S の交点のうち原点 O に近いものを P とおく．

(1)　点 P の座標を求めよ．

(2)　ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PO}}$ とベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ の内積を求めよ．

(3)　線分 PO と線分 AP を含む平面上で，線分 AP を含む直線に関して，点 O と対称な点を R とする．このとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PR}}$ を求めよ．

(4)　線分 PR を含む直線が xy 平面と交わる点の座標を求めよ．

$\boxed{3}$［2016 愛媛大］

a，b を実数とする。空間内に 4 点 O(0, 0, 0), A(a, 1, 2), B(b, 2, 3), C(1, −1, 1) がある。このとき直線 AB と直線 OC が交点をもつための条件を a，b を用いて表すと $\boxed{}$ である。

$\boxed{4}$［2013 早稲田大］

空間内に 3 点 A(1, 2, 3), B(3, 5, 2), C(1, 2, 1) がある。点 A，B を通る直線を ℓ としたとき，点 C との距離が最小となる ℓ 上の点の座標は

$\left({}^{ア}\boxed{},\ {}^{イ}\boxed{},\ {}^{ウ}\boxed{}\right)$ である。

$\boxed{5}$［2001 大阪教育大］

空間内に，2 つの直線

$$l_1 : (x,\ y,\ z)=(1,\ 1,\ 0)+s(1,\ 1,\ -1)$$
$$l_2 : (x,\ y,\ z)=(-1,\ 1,\ -2)+t(0,\ -2,\ 1)$$

がある．ただし，s，t は媒介変数とする．

(1)　l_2 上の点 A(−1, 1, −2) から l_1 へ下ろした垂線の足 H の座標を求めよ．

(2)　l_1，l_2 上にそれぞれ点 P，Q をとるとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ．

$\boxed{6}$ [2014 星薬科大]

空間内の 2 点 $(-1,\ 3,\ -2)$，$(-3,\ 2,\ -1)$ を通る直線 ℓ がある。x 軸上の点 P と ℓ 上の点 Q との距離が最小になるときの P の座標は $\left(-{}^{ア}\boxed{},\ 0,\ 0\right)$，Q の座標は $\left(-{}^{イ}\boxed{},\ \dfrac{{}^{ウ}\boxed{}}{{}^{エ}\boxed{}},\ \dfrac{{}^{オ}\boxed{}}{{}^{カ}\boxed{}}\right)$ であり，その距離の最小値は $\dfrac{\sqrt{{}^{キ}\boxed{}}}{{}^{ク}\boxed{}}$ である。

$\boxed{7}$ [2005 早稲田大]

座標空間内に xy 平面と交わる半径 5 の球がある。その球の中心の z 座標の値が正であり，その球と xy 平面の交わりが作る円の方程式が

$$x^2+y^2-4x+6y+4=0$$

であるとき，その球の中心の座標を求めよ。

$\boxed{8}$ [2015 熊本大]

座標空間内の 3 点 A$(1,\ 1,\ 1)$，B$(3,\ 0,\ 1)$，C$(1,\ 2,\ 0)$ を含む平面を H とする。

(1)　点 P$(-3,\ 2,\ 2)$ は H 上の点であることを示せ。

(2)　点 Q$(1,\ -3,\ -4)$ を通る直線が H と直交するとき，その交点の座標を求めよ。

$\boxed{9}$ [2003 大阪市立大]

空間に 4 点 A$(-2,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 2,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 2)$，D$(2,\ -1,\ 0)$ がある．3 点 A，B，C を含む平面を T とする．

(1)　点 D から平面 T に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ．

(2)　平面 T において，3 点 A，B，C を通る円 S の中心の座標と半径を求めよ．

(3)　点 P が円 S の周上を動くとき，線分 DP の長さが最小になる P の座標を求めよ．

$\boxed{10}$ [2014 同志社大]

座標空間内の球面 $x^2+y^2+z^2=9$ 上に 3 点 A$(3,\ 0,\ 0)$，B$(2,\ 1,\ 2)$，C$(1,\ -2,\ 2)$ をとる。

(1)　△ABC の面積を求めよ。

(2)　3 点 A，B，C を通る平面に，原点 O から下ろした垂線の足 H の座標を求めよ。

(3)　球面上を動く点 P を頂点とする四面体 PABC を考え，その体積を V とする。V の最大値と，そのときの点 P の座標を求めよ。