漸化式演習　3.分数型

$\boxed{1}$ [千葉大]

数列 $a_1, a_2, \cdots\cdots$ が $a_1=4,\ a_{n+1}=\dfrac{4a_n+8}{a_n+6}$ $(n=1, 2, \cdots\cdots)$ で定められている．

(1) $b_n=\dfrac{a_n+\alpha}{a_n+\beta}$ $(n=1, 2, \cdots\cdots)$ が等比数列となるような α, β $(\alpha \fallingdotseq \beta)$ の組を 1 つ求めよ．

(2) 一般項 a_n を求めよ．

$\boxed{2}$ [2008 東北大]

数列 $\{a_n\}$ を $a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{4a_n+1}{2a_n+3}$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ で定める。

(1)　2 つの実数 α と β に対して，$b_n=\dfrac{a_n+\beta}{a_n+\alpha}$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ とおく。$\{b_n\}$ が等比数列となるような α と β $(\alpha>\beta)$ を 1 組求めよ。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{3}$ [滋賀大]

数列 $\{a_n\}$ は，$a_1=1,\ a_{n+1}=\dfrac{7a_n-4}{9a_n-5}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を満たす．

(1) $a_{n+1}-\alpha=\dfrac{a_n-\alpha}{\beta(a_n-\alpha)+\gamma}$ を満たす α, β, γ の値を求めよ．

(2) 一般項 a_n を求めよ．

$\boxed{4}$ [2006 福岡大]

$a_1=\dfrac{3}{2}$，$a_{n+1}=\dfrac{5a_n-1}{4a_n+1}$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ によって定義される数列 $\{a_n\}$ がある。

$b_n=\dfrac{2}{2a_n-1}$ とおくとき，b_{n+1} を b_n を用いて表せ。また，$\{a_n\}$ の第 n 項を求めよ。

$\boxed{5}$ [2003 山口大]

$a_1=3$，$(a_{n+1}-2)(a_n-1)=a_n-2$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ があるとき

(1)　すべての自然数 n に対して $a_n>2$ であることを数学的帰納法で証明せよ．

(2)　$b_n=\dfrac{1}{a_n-2}$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．更に，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．