

1 [2014 東北学院大]

- (1) すべての実数 k に対して, $\int_{k-1}^k (x^2 + ax + b)dx = k^2$ を満たすような定数 a, b の値を求めよ。
- (2) n を自然数とすると, 和 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$ を (1) で求めた等式を用いて計算せよ。

2 [2002 早稲田大]

定積分 $\int_0^4 |x^2 - 5x + 6|dx$ の値を求めよ。

3 [2008 小樽商科大]

$\int_{-1}^3 (|x| - 1)^2 dx$ を求めよ。

4 [2007 小樽商科大]

定積分 $\int_{-1}^1 (1 - 2|x|)|1 - 2x|dx$ を求めよ。

5 [2000 名古屋市立大]

0 以上の実数 α に対して $F(\alpha) = \int_{-1}^1 |x^2 - \alpha^2|dx$ とするとき

- (1) $F(\alpha)$ を求めよ。
- (2) α が $0 \leq \alpha \leq 2$ の範囲を動くとき, $F(\alpha)$ の最大値と最小値を求めよ。

6 [2002 千葉大]

実数 t に対して, $f(t)$ を $f(t) = \int_0^1 |x^2 - tx|dx$ と定める. $0 \leq t \leq 1$ のとき, $f(t)$ の最大値および最小値を求めよ。

7 [2002 近畿大]

関数 $f(x)$ が $f(x) = 2x + \int_0^1 (x+t)f(t)dt$ を満たすとき $f(x)$ を求めよ.

8 [2003 名城大]

関数 $f(x)$ を, $f(x) = -2x^2 + 2\int_1^x f'(t)dt$ を満たすように定める. $f(x)$ を求めよ.

9 [2018スタンダードⅠⅡAB受 東邦大]

整式 $f(x)$ は, 等式 $3\int_0^x tf'(t)dt = 2(x+1)f(x) - 1$ を満たすものとする.

- (1) $f(0)$ を求めよ.
- (2) $f(x)$ の次数を求めよ.
- (3) $f(x)$ を求めよ.

10 [2009 京都大]

整式 $f(x)$ と実数 C が

$$\int_0^x f(y)dy + \int_0^1 (x+y)^2 f(y)dy = x^2 + C$$

を満たすとき, この $f(x)$ と C を求めよ.

11 [1998 東京都立大]

実数係数の多項式 $f(x)$ と $g(x)$ は次の関係を満たすとする.

$$f(x) = x - \int_{-1}^2 g(t)dt, \quad g(x) = 3 + 2\int_0^x f(t)dt$$

- (1) $f(x)$ と $g(x)$ を求めよ.
- (2) $\int_0^a g(x)dx = \frac{1}{3}$ となる最小の実数 a の値を求めよ.