

区間 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ で連続な関数 $f(x)$ に対し, 等式 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) dx$ が成り立つ

ことを証明せよ。さらに, それを利用して定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x}{\sin x + \cos x} dx$ の値を求めよ。

(14 福井大)