高3数学α　数学Ⅲスタ演　16.導関数

$\boxed{1}$ [2014 大阪府立大]

(1)　関数 $f(x)=|x|$ が $x=0$ において微分可能でないことを微分の定義に基づいて示せ。

(2)　$y=x|x|$ のグラフの概形をかけ。

(3)　m は自然数とする。関数 $g(x)=x^m|x|$ が $x=0$ において微分可能であるか微分可能でないかを理由をつけて答えよ。

$\boxed{2}$ [2006 慶応義塾大]

a，b，c，d は実数とする。関数

$$f(x)=\begin{cases} x-1 & (x\leqq -1) \\ ax^2+bx+c & (-1<x<1) \\ d-2x & (1\leqq x) \end{cases}$$

がすべての x で微分可能であるとき，$a=$ ${}^{ア}\boxed{}$，$d=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$ [2018 愛媛大]

関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能で $f'(a)=2$ のとき，極限 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h^2+2h)-f(a-h)}{h}$ を求めよ。

$\boxed{4}$ [2007 東京電機大]

関数 $f(x)$ が微分可能であるとき，極限値 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(x+2h)-f(x)}{\sin h}$ を $f'(x)$ を用いて表せ。

$\boxed{5}$ [1999 立教大]

次の極限値を計算せよ.

$$\lim_{x\to a}\frac{a^2\sin^2 x-x^2\sin^2 a}{x-a}$$

$\boxed{6}$ [1996 信州大]

$\tan y=x$ が与えられたとき，$y=\dfrac{\pi}{4}$ での $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ の値を求めよ.

$\boxed{7}$ [2008 広島市立大]

x について微分可能な関数 y が条件 $x\tan y=1$ を満たしているとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を x で表せ。

$\boxed{8}$ [2002 信州大]

次の関数を微分せよ.

(1)　$y=e^{\sin x}$

(2)　$y=x^{\sin x}$ (ただし，$x>0$ とする)

$\boxed{9}$ [2015 福島大]

関数 $y=\dfrac{(x-3)^3}{(x-1)(x-2)^2}$ を微分せよ。

$\boxed{10}$ [2006 東京理科大]

x の関数 y が媒介変数 θ を用いて $x=1-\cos\theta$，$y=\theta-\sin\theta$ と表されているとき

(1)　$\dfrac{dy}{dx}$ と $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ をそれぞれ θ で表せ。

(2)　$\tan\dfrac{\theta}{2}=2$ のとき，$\dfrac{dy}{dx}$ と $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{11}$ [2007 首都大学東京]

関数 $f(x)=\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ に対して

(1)　関数 $f(x)$ の導関数は $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ であることを示せ。

(2)　関数 $f(x)$ の第 2 次導関数を $f''(x)$ とするとき，

$$(x^2+1)f''(x)+xf'(x)=0$$

が成り立つことを示せ。

(3)　任意の自然数 n に対して，次の等式が成り立つことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

$$(x^2+1)f^{(n+1)}(x)+(2n-1)xf^{(n)}(x)+(n-1)^2f^{(n-1)}(x)=0$$

ただし，$f^{(0)}(x)=f(x)$ とし，自然数 k に対して，$f^{(k)}(x)$ は $f(x)$ の第 k 次導関数を表す。

(4)　値 $f^{(9)}(0)$ および $f^{(10)}(0)$ を求めよ。