$J=\int_{-a}^{a}\frac{1}{1+e^{ax}}dx$ (a は正の定数) を計算するのに，

$$J=\int_{-a}^{0}\frac{1}{1+e^{ax}}dx+\int_{0}^{a}\frac{1}{1+e^{ax}}dx=J_1+J_2$$

と 2 つの項に分ける．この第 1 項 J_1 で，$x=-y$ とおくと，

$$J_1=\int_{-a}^{0}\frac{1}{1+e^{ax}}dx=\int_{\text{イ}\square}^{\text{ア}\square}{}^{\text{ウ}}\square\, dy\ \left({}^{\text{イ}}\square<{}^{\text{ア}}\square\ \text{とする}\right).$$

したがって，$J=J_1+J_2={}^{\text{エ}}\square$ となる．

(98　立命館大)

(解説)

$J=\int_{-a}^{0}\frac{1}{1+e^{ax}}dx+\int_{0}^{a}\frac{1}{1+e^{ax}}dx=J_1+J_2$

J_1 において

$x=-y$ とおくと，$\frac{dx}{dy}=-1$

x	$-a\longrightarrow 0$
y	$a\longrightarrow 0$

$$J_1=\int_{-a}^{0}\frac{1}{1+e^{ax}}dx=\int_{a}^{0}\frac{-1}{1+e^{-ay}}dy=\int_{0}^{a}\frac{1}{1+e^{-ay}}dy=\int_{{}^{\text{イ}}0}^{{}^{\text{ア}}a}{}^{\text{ウ}}\frac{e^{ay}}{1+e^{ay}}dy$$

よって，

$$\begin{aligned}J=J_1+J_2&=\int_{0}^{a}\frac{e^{ay}}{1+e^{ay}}dy+\int_{0}^{a}\frac{1}{1+e^{ax}}dx\\&=\int_{0}^{a}\frac{e^{ax}}{1+e^{ax}}dx+\int_{0}^{a}\frac{1}{1+e^{ax}}dx\\&=\int_{0}^{a}dx=\Big[x\Big]_{0}^{a}={}^{\text{エ}}a\end{aligned}$$