

$f(x)$ が $0 \leq x \leq 1$ で連続な関数であるとき

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$$

が成立することを示し、これを用いて定積分 $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{3 + \sin^2 x} dx$ を求めよ.

(99 信州大)