高3数学α　数学Ⅲスタ演　17.接線·法線

$\boxed{1}$［2015 大阪工業大］

2つの自然数 m，n $(m<n)$ に対し，曲線 $y=2\log x$ 上の2点 $\mathrm{A}(m,\ 2\log m)$，$\mathrm{B}(n,\ 2\log n)$ における接線をそれぞれ ℓ_1，ℓ_2 とする。ℓ_1，ℓ_2 と x 軸とのなす角をそれぞれ α，β とするとき，次の問いに答えよ。ただし，$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。

(1)　直線 ℓ_1 の方程式を求めよ。

(2)　$\tan\alpha$ の値を m の式で表せ。

(3)　$\tan(\alpha-\beta)$ の値を m，n の式で表せ。

(4)　2直線 ℓ_1，ℓ_2 のなす角が $\dfrac{\pi}{4}$ のとき，m，n の値を求めよ。

$\boxed{2}$［2002 関西大］

曲線 $y=xe^x$ 上の点 $(t,\ te^t)$ における接線の方程式は $y=$ ${}^{ア}\boxed{}$ である．また，点 $(a,\ 0)$ を通り，曲線 $y=xe^x$ に接する直線を引くことができるのは，a が ${}^{イ}\boxed{}$ の範囲にあるときである．

$\boxed{3}$［2017 九州大］

座標平面上の曲線 C：$y=\sqrt{x}$ $(x\geqq 0)$ を考える。C 上の異なる2点 $\mathrm{P}(p,\ \sqrt{p})$，$\mathrm{Q}(q,\ \sqrt{q})$ $(p>0,\ q>0)$ における，それぞれの法線 ℓ_1，ℓ_2 を考える。法線 ℓ_1 と ℓ_2 の交点を R とする。

(1)　点 R の座標を p と q で表せ。

(2)　q が p に限りなく近づくとき，線分 RP の長さの極限値を p で表せ。

$\boxed{4}$［2010 東京理科大］

曲線 $2x^2-2xy+y^2=5$ 上の点 $(1,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

$\boxed{5}$［2013 芝浦工業大］

t を媒介変数として，次の式で表される曲線を C とする。

$$\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$$

ただし，$0<t<\dfrac{\pi}{2}$ とする。また，曲線 C 上の点 P における接線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とする。

(1)　曲線 C 上の $t=\dfrac{\pi}{3}$ に対応する点 P における接線の傾きを求めよ。

(2)　線分 AB の長さは点 P の位置に関係なく一定であることを示せ。

(3)　$t\left(0<t<\dfrac{\pi}{2}\right)$ に対し，上記のように 2 点 A，B を与え，さらに点 Q $(3\sin t,\ 2\cos t)$ を定める。△ABQ の面積を $S(t)$ とするとき，$S(t)$ の最小値を求めよ。

$\boxed{6}$［1997 東海大］

$y=\log x$ と $y=ax^2\ (a\fallingdotseq 0)$ のグラフが共有点をもち，この点で共通の接線をもつのは，$a=$ ${}^{ア}\boxed{}$ のときであり，その共通の接線の方程式は $y=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である．

$\boxed{7}$［1997 小樽商科大］

xy 平面上の 2 つの曲線 $\begin{cases} y=-e^{-x} & \cdots\cdots ① \\ y=e^{ax}\ (\text{ただし } a>0) & \cdots\cdots ② \end{cases}$ のどちらにも接する直線を l とする．l が ① に接する点の x 座標を求めよ．