a は定数とする。x についての不等式 $ax^2-(2a+1)x+a+1<0$ を，次の各場合について解け。

(1)　$a=0$　　(2)　$a>0$　　(3)　$a<0$

(07　富山県立大)

(解説)

(1) $a=0$ のとき

$-x+1<0$　$\therefore\ x>1$

(2) $a\fallingdotseq 0$ のとき

$ax^2-(2a+1)x+a+1<0$

$\{ax-(a+1)\}(x-1)<0$

$a\left\{x-\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\right\}(x-1)<0$

$a>0$ のとき

$\left\{x-\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\right\}(x-1)<0$

$a>0$ であるから，$1+\dfrac{1}{a}>1$ より

$1<x<1+\dfrac{1}{a}$

(3) $a<0$ のとき

$\left\{x-\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\right\}(x-1)>0$　(不等式の向きを逆にする)

$a<0$ であるから，$1+\dfrac{1}{a}<1$ より

$x<1+\dfrac{1}{a}$，$1<x$

別解

(2), (3)において，$\{ax-(a+1)\}(x-1)<0$ のまま両辺を a で割らないで
$y=\{ax-(a+1)\}(x-1)$ と x 軸との共有点を求めて，
$a>0$ のとき $y=\{ax-(a+1)\}(x-1)$ は下に凸の放物線，
$a<0$ のとき $y=\{ax-(a+1)\}(x-1)$ は上に凸の放物線として，
$y<0$ となる解となる x の範囲を求めてもよい。