

a を定数とするとき、 x についての不等式 $(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$ を解け。

(03 愛知教育大)

(解説)

(i) $a=2$ のとき

$$2x-2 \geq 0 \quad \therefore x \geq 1$$

$a \neq 2$ のとき

$$(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$$

$$(x-1)[(a-2)x+2] \geq 0$$

$$(a-2)(x-1)\left(x + \frac{2}{a-2}\right) \geq 0$$

(ii) $a-2 > 0$ すなわち $a > 2$ のとき

$$(x-1)\left(x + \frac{2}{a-2}\right) \geq 0$$

$a > 2$ であるから、 $-\frac{2}{a-2} < 0 < 1$ より

$$x \leq -\frac{2}{a-2}, \quad 1 \leq x$$

(iii) $a-2 < 0$ すなわち $a < 2$ のとき

$$(x-1)\left(x + \frac{2}{a-2}\right) \leq 0$$

(ア) $1 = -\frac{2}{a-2}$ すなわち $a=0$ のとき

$$x=1$$

(イ) $1 < -\frac{2}{a-2}$ すなわち $0 < a < 2$ のとき

$$1 \leq x \leq -\frac{2}{a-2}$$

(ウ) $-\frac{2}{a-2} < 1$ すなわち $a < 0$ のとき

$$-\frac{2}{a-2} \leq x \leq 1$$

以上より

$$a < 0 \text{ のとき } -\frac{2}{a-2} \leq x \leq 1$$

$$a = 0 \text{ のとき } x = 1$$

$$0 < a < 2 \text{ のとき } 1 \leq x \leq -\frac{2}{a-2}$$

$$a = 2 \text{ のとき } x \geq 1$$

$$2 < a \text{ のとき } x \leq -\frac{2}{a-2}, \quad 1 \leq x$$

