38 [中央大]

1つの円に n 本の弦を，どの2本も円の内部で交わり，どの3本も同じ点を通ることがないように引く．円の内部が，これらの弦によって分けられる部分の個数を D_n とする．このとき，$D_3=$ □，$D_4=$ □ である．

一般に D_{n-1} と D_n の間の関係式は $D_n=$ □ $D_{n-1}+$ □ であるから，$D_n=$ □ となる．

また，D_n 個の部分のうち多角形であるものの個数を d_n とする．n が4以上のとき，d_{n-1} と d_n の間の関係式は $d_n=$ □ $d_{n-1}+$ □ であるから，$d_n=$ □ となる

$D_3=\boxed{4}$，$D_4=\boxed{7}$

$D_n=D_{n-1}+a_n \ (n\geqq 2)$

$\boxed{D_{n+1}=D_n+(n+1)} \ (n\geqq 1)$

$\underbrace{D_{n+1}-D_n}_{a_n\text{とおく}}=n+1$

$D_n=D_1+\sum_{k=1}^{n-1}a_k \ (k\geqq 2)$

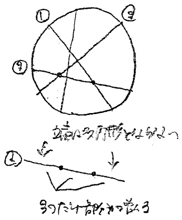
$=2+\sum_{k=1}^{n-1}(k+1)$

$=2+\frac{1}{2}(n-1)n+(n-1)$

$=2+\frac{1}{2}(n-1)(n+2)$

これは $n=1$ のときも成り立つ

$D_n=\boxed{\frac{1}{2}(n-1)(n+2)+2} \ (n\geqq 1)$



$d_1=0$，$d_2=0$

$d_3=1$，$d_4=3$，…

$d_n=d_{n-1}+(n-2) \ (n\geqq 4)$

$\boxed{d_{n+1}=d_n+(n-1)} \ (n\geqq 3)$

$n=1, 2$ のときも成り立つ

$\underbrace{d_{n+1}-d_n}_{e_n\text{とおく}}=n-1$

$d_n=d_1+\sum_{k=1}^{n-1}e_k \ (n\geqq 2)$

$=0+\sum_{k=1}^{n-1}(k-1)$

$=\frac{1}{2}(n-1)n-(n-1)$

$=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$

これは $n=1$ のときも成り立つ

$\boxed{d_n=\frac{1}{2}(n-1)(n-2)}$

39 [慶応大]

(1) 直線上にいずれの2点も重ならないように，順に点をおいていく．$n\,(n\geqq 1)$ 個の点をおいたとき，直線は □ 個の有限の長さの区間と □ 個の無限の長さの区間に分けられる．

(2) 平面上に，いずれの3直線も1つの三角形を決定するように，順に，直線をおいていく．$n\,(n\geqq 1)$ 本の直線をおいたとき，平面は □ 個の有限の面積をもつ部分と，□ 個の無限の面積をもつ部分に分けられる．

(3) 空間内に，いずれの4平面も1つの四面体を決定するように，順に，平面をおいていく．$n\,(n\geqq 1)$ 個の平面をおいたとき，空間は □ 個の有限の体積をもつ部分と，□ 個の無限の体積をもつ部分に分けられる．

40 [2020 立命館大]

ある水槽に水を入れておくと，1日(24時間)経つと水の容積が10％減少する。その水槽が空の時，1回目に10リットルの水を入れ，その後，1日経つ毎に p リットル $(0<p<10)$ の水をさらに入れるものとする。a_n は n 回目に水を入れた直後の水槽の水の容積(単位はリットル)とする。

数列 $\{a_n\}$ において，$n\geqq 1$ のとき a_{n+1} と a_n の間には，p を用いて $a_{n+1}=$ ア□ となる関係式が成り立つ。したがって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は n と p を用いて，

$a_n=10\{$ イ□ $\}p+10$ ウ□ となる。

よって，毎回水を入れた直後の水の容積が常に一定となるのは，$p=$ エ□ のときである。

$a_1=10$．

$a_2=\frac{9}{10}a_1+p$

$a_3=\frac{9}{10}a_2+p$

⋮

$a_{n+1}=\boxed{\frac{9}{10}a_n+p}$

$\alpha=\frac{9}{10}\alpha+p$

$\frac{1}{10}\alpha=p \quad \therefore \alpha=10p$

$a_{n+1}-10p=\frac{9}{10}\{a_n-10p\}$

$\{a_n-10p\}$ は初項 $a_1-10p=10(1-p)$

公比 $\frac{9}{10}$ の等比数列より

$a_n-10p=10(1-p)\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}$

$\therefore a_n=10\left\{\boxed{1-\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}}\right\}p+10\cdot\boxed{\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}}$

$p=\boxed{1}$ とすれば，常に一定

41 [2012 静岡大]

ある工場では，昼間にタンクの水を使用し，夜間に水を補給する。毎日，朝の水量のうち10％が使用され，その日の夜に200リットルが補給される。操業1日目の朝の始業前には，タンクの水量が8000リットルであった。

(1) 3日目の朝の始業前のタンクの水量を求めよ。

(2) n 日目の朝の始業前のタンクの水量を a_n リットルとするとき，a_{n+1} を a_n で表せ。

(3) 朝の始業前のタンクの水量がはじめて2400リットル未満になるのは，何日目の朝か。ただし，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

42 [1997 東京水産大]

ある会社が，プロ野球のハチロー選手に対して，公式戦で二塁打を1本打つとそのたびに10万円の賞金を出すこととした．そこで，ハチロー選手は

(A) 1本目については賞金の40％

(B) n 本目 $(n\geqq 2)$ については，$n-1$ 本目までの賞金総額のうち手元に残った金額と n 本目の賞金10万円との合計の40％

を慈善事業への寄付金にあてることとした．ハチロー選手は手元に残った賞金には手をつけないものとする．

(1) n 本目までの二塁打で寄付金の合計額はいくらになるかを求めよ．

(2) 寄付金の合計額が初めて100万円を超えるときの二塁打の本数を求めよ．

$\boxed{43}$ [関西学院大]

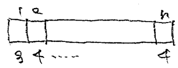
0, 1, 2, 3 の 4 種類の数字を用いて n 桁 ($n \geqq 1$) の正の整数をつくるとき，数字 1 を偶数回含むものが a_n 個，奇数回含むものが b_n 個できたとする．ただし，1 を含まないものも 1 を偶数回含むものとする．

(1) a_n と b_n の間にはどんな関係があるか.

(2) a_n, b_n を a_{n-1} と b_{n-1} を用いて表せ.

(3) a_n を求めよ.

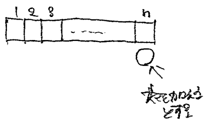
(1)



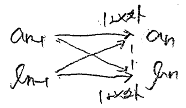
整数の作り方は $3 \times 4^{n-1}$ 通り

a_n と b_n ですべてであるから

$a_n + b_n = 3 \cdot 4^{n-1}$ //



(2)



$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + b_{n-1} \cdots ① \\ b_n = a_{n-1} + 3b_{n-1} \cdots ② \end{cases}$$

(3) ①+②より

$a_n + b_n = 4(a_{n-1} + b_{n-1})$

$\{a_n + b_n\}$ は初項 $a_1 + b_1 = 3$

公比 4 の等比数列より

$a_n + b_n = 3 \cdot 4^{n-1} \cdots ③$

(1)で出している

①−②より

$a_n - b_n = 2(a_{n-1} - b_{n-1})$

$\{a_n - b_n\}$ は初項 $a_1 - b_1 = 2 - 1 = 1$

公比 2 の等比数列より

$a_n - b_n = 2^{n-1} \cdots ④$

③, ④より

$a_n = \dfrac{3 \cdot 4^{n-1} + 2^{n-1}}{2}$　$b_n = \dfrac{3 \cdot 4^{n-1} - 2^{n-1}}{2}$ //

$\boxed{44}$ [2020 新潟大]

n を正の整数とする。3 種類の数字 1，2，3 を並べて，各位の数が 1，2，3 のいずれかである n 桁の整数をすべて作る。数字は重複して使ってもよいし，使わない数字があってもよい。各位の数の合計が奇数になる整数の総数を x_n，各位の数の合計が偶数になる整数の総数を y_n とする。また，各位の数の合計が 4 の倍数になる整数の総数を z_n とする。

(1)　n を 2 以上の整数とするとき，$\begin{cases} x_n = ax_{n-1} + by_{n-1} \\ y_n = cx_{n-1} + dy_{n-1} \end{cases}$ を満たす定数 a，b，c，d の値をそれぞれ求めよ。

(2)　$y_n + x_n$，$y_n - x_n$ および y_n の値を n を用いてそれぞれ表せ。

(3)　z_n の値を n を用いて表せ。

$\boxed{45}$ [2020 静岡大]

自然数 n に対して，A_n，B_n を数直線上の点とし，点 A_n の座標を a_n，点 B_n の座標を b_n で表す。ただし，$a_1 = 0$，$b_1 = 1$ とし，点 A_{n+1} を点 A_n と点 B_n の中点，点 B_{n+1} を線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ を 4：1 に外分する点とする。

(1)　a_2，b_2，a_3，b_3 をそれぞれ求めよ。

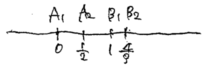
(2)　a_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

(3)　b_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

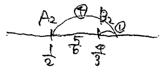
(4)　$b_n - a_n$ を n を用いて表せ。

(5)　a_n を n を用いて表せ。

(1) $a_2 = \dfrac{1}{2}$, $b_2 = \dfrac{4}{3}$.



$a_3 = \dfrac{11}{12}$, $b_3 = \dfrac{4}{3} + \dfrac{5}{6} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{29}{18}$ //



(2) $a_{n+1} = \dfrac{a_n + b_n}{2}$ //

(3) $b_{n+1} = \dfrac{-a_n + 4b_n}{3}$ //

(4) $b_{n+1} - a_{n+1} = \dfrac{5}{6}(b_n - a_n)$

$\{b_n - a_n\}$ は初項 $b_1 - a_1 = 1$

公比 $\dfrac{5}{6}$ の等比数列より

$b_n - a_n = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}$ //

(5) (4)より

$b_n = a_n + \left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}$

(2)より

$a_{n+1} = a_n + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}$

$\underbrace{a_{n+1} - a_n}_{c_n} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}$

$a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} c_k \quad (n \geqq 2)$

$= \dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\left(\dfrac{5}{6}\right)^{k-1}$

$= \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}}{1 - \frac{5}{6}} = 3\left\{1 - \left(\dfrac{5}{6}\right)^{n-1}\right\}$ //

$\boxed{46}$ [2016 東京電機大]

数列 $\{a_n\}$ と数列 $\{b_n\}$ を次のように定める。ただし数直線上で座標が a_n の点を A_n，座標が b_n の点を B_n とおく。

$a_1 = 0$，$b_1 = 1$，

$a_{n+1} =$「線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ を 1：2 に内分した点の座標」，

$b_{n+1} =$「線分 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_n$ を 1：2 に内分した点の座標」　とおく。

(1)　$n \geqq 1$ のとき，a_{n+1}，b_{n+1} をそれぞれ a_n と b_n で表せ。

(2)　$c_n = 4a_n + 3b_n$ とおくとき，c_{n+1} を c_n で表せ。更にそれを利用して，一般項 c_n を求めよ。

(3)　$d_n = a_n - b_n$ とおくとき，d_{n+1} を d_n で表せ。更にそれを利用して，一般項 d_n を求めよ。

(4)　(2) と (3) を利用して，一般項 a_n，b_n を求めよ。

$\boxed{47}$ [1996 熊本県立大]

自然数 n に対して，数直線上の点 P_n の座標を x_n とし，点 P_0，P_1 の座標をそれぞれ $x_0 = 0$，$x_1 = 1$ とする．線分 $\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}$ ($n = 2, 3, \cdots\cdots$) を 3：1 の比に外分する点を P_n とする．

(1)　点 P_n の座標 x_n を n の式で表せ.

(2)　$|x_n - 2| \leqq 10^{-8}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ．ただし，$\log_{10} 2 = 0.301$ とする.

高2数学　夏期講習　漸化式　第3講　場合の数と漸化式

48 [2016 東北大]

あるウイルスの感染拡大について次の仮定で試算を行う。このウイルスの感染者は感染してから1日の潜伏期間をおいて，2日後から毎日2人の未感染者にこのウイルスを感染させるとする。新たな感染者1人が感染源となった n 日後の感染者数を a_n 人とする。たとえば，1日後は感染者は増えず $a_1=1$ で，2日後は2人増えて $a_2=3$ となる。

(1)　a_{n+2}，a_{n+1}，a_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　一般項 a_n を求めよ。

(3)　感染者数が初めて1万人を超えるのは何日後か求めよ。

(1) $a_1=1,\ a_2=3$

$a_3=a_2+2a_1=5$

$a_4=a_3+2a_2=11$

元々　新たに感染する

⋮

$a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$ //

(2) $a_{n+2}-a_{n+1}-2a_n=0$　　$x^2-x-2=0$　$(x+1)(x-2)=0$　$\therefore x=-1,2$

・$a_{n+2}+a_{n+1}=2(a_{n+1}+a_n)$

$\{a_{n+1}+a_n\}$ は初項 $a_2+a_1=4$

公比2の等比数列より

$a_{n+1}+a_n=2^{n+1}$ …①

・$a_{n+2}-2a_{n+1}=-(a_{n+1}-2a_n)$

$\{a_{n+1}-2a_n\}$ は初項 $a_2-2a_1=1$

公比 -1 の等比数列より

$a_{n+1}-2a_n=(-1)^{n-1}$ …②

①−② より

$3a_n=2^{n+1}-(-1)^{n-1}$　$\therefore a_n=\dfrac{2^{n+1}-(-1)^{n-1}}{3}$ //

(3) $2^{10}=1024$，$2^4=16$，$2^5=32$ より

$2^{n+1}-(-1)^{n-1}>30000$ となるには

$n=14$

14日後 //

49 [2020 大分大]

階段を上るとき，一度に上ることができる段数は1段または2段のみであるとする。

(1)　ちょうど10段上る方法は全部で何通りあるか答えよ。

(2)　n を正の整数とする。ちょうど n 段上る方法は全部で何通りあるか答えよ。

50 [東京農工大]

厚さがそれぞれ1cm, 2cm, 2cm の白，赤，青の円盤がある．これを積み重ねて円柱を作る．円柱の高さが n cmになるような積み重ねの場合の数を f_n とする．ただし各円盤は十分たくさんあるものとする．このとき，

(1) f_1 および f_2 を求めよ．

(2) $n\geqq 3$ とする．f_n を f_{n-1} と f_{n-2} を用いて表せ．

(3) $g_n=f_{n+1}-2f_n$ とおくとき，g_n を n を用いて表せ．

(4) f_n を n を用いて表せ．

51 [2020 兵庫県立大]

0，1からなる長さ $n\,(n\geqq 1)$ の例のうち，0が連続する並びを含まない列の集合を P_n，その要素の個数を a_n とする。例えば $n=4$ のとき，長さ4の列0101や1111は P_4 に含まれるが，1001は P_4 に含まれない。また，$n=1$ のとき $P_1=\{0,\ 1\}$ であるため $a_1=2$ である。

(1)　P_2，P_3，a_2，a_3 をそれぞれ求めよ。

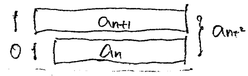
(2)　$n\geqq 1$ のとき，a_{n+2} を a_{n+1}，a_n を用いて表せ。

(3)　2次方程式 $x^2-x-1=0$ の2つの解を α，$\beta\,(\alpha>\beta)$ とするとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は，$a_n=\dfrac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{n+2}-\beta^{n+2})$ で与えられることを示せ。

(1) $P_2=\{01,10,11\}$，$a_2=3$

$P_3=\{010,011,101,110,111\}$，$a_3=5$ //

(2)



$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$

(3) $a_{n+2}-a_{n+1}-a_n=0$，$a_1=2$，$a_2=3$．

・$a_{n+2}-\alpha a_{n+1}=\beta(a_{n+1}-\alpha a_n)$　　$\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\beta=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$\{a_{n+1}-\alpha a_n\}$ は初項 $a_2-\alpha a_1=3-2\alpha$　　$\alpha+\beta=1$

公比 β の等比数列より

$a_{n+1}-\alpha a_n=(3-2\alpha)\cdot\beta^{n-1}$ …①

・$a_{n+2}-\beta a_{n+1}=\alpha(a_{n+1}-\beta a_n)$ より

$a_{n+1}-\beta a_n=(3-2\beta)\alpha^{n-1}$ …②

②−① より

$(\alpha-\beta)a_n=(3-2\underset{1-\alpha}{\beta})\alpha^{n-1}-(3-2\underset{1-\beta}{\alpha})\beta^{n-1}$

$\sqrt{5}a_n=(1+2\alpha)\alpha^{n-1}-(1+2\beta)\beta^{n-1}$　　$\alpha^2=\alpha+1$

$=\alpha^{n+2}-\beta^{n+2}$　　$\alpha^3=\alpha\alpha^2=\alpha^2+\alpha=2\alpha+1$

$\therefore a_n=\dfrac{1}{\sqrt{5}}(\alpha^{n+2}-\beta^{n+2})$ 終

52 [2019 北海道大]

n を自然数とする。数列2，1，2，1，1のように各項が1または2の有限数列 (項の個数が有限である数列) を考える。各項が1または2の有限数列のうちすべての項の和が n となるものの個数を s_n とする。例えば，$n=1$ のときは，1項からなる数列1のみである。したがって，$s_1=1$ となる。$n=2$ のときは，1項からなる数列2と2項からなる数列1，1の2つである。したがって，$s_2=2$ となる。

(1)　s_3 を求めよ。

(2)　$n\geqq 3$ のとき，s_n を s_{n-1} と s_{n-2} を用いて表せ。

(3)　3以上のすべての n に対して $s_n-\alpha s_{n-1}=\beta(s_{n-1}-\alpha s_{n-2})$ が成り立つような実数 α，β の組 $(\alpha,\ \beta)$ を1組求めよ。

(4)　s_n を求めよ。

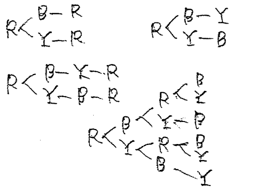
$\boxed{53}$ [2009 横浜国立大]

赤，青，黄の3色を用いて，横1列に並んだ n 個のマスを，隣り合うマスは異なる色になるように塗り分ける。ただし，使わない色があってもよい。両端のマスが同じ色になる場合の数を a_n とし，両端のマスが異なる色になる場合の数を b_n とする。

(1)　a_3，b_3，a_4，b_4 を求めよ。　　(2)　a_n，b_n $(n \geqq 3)$ を n の式で表せ。

(1) $a_3=6$，$b_3=6$

$a_4=6$，$b_4=18$ //



(2) $a_{n+1}=b_n$ …①

$b_{n+1}=2a_n+b_n$ …②

①，②より

$a_{n+2}=2a_n+a_{n+1}$

$a_{n+2}-a_{n+1}-2a_n=0$

$\alpha^2-\alpha-2=0$
$(\alpha+1)(\alpha-2)=0$　$\therefore \alpha=-1, 2$

・$a_{n+2}+a_{n+1}=2(a_{n+1}+a_n)$

$\{a_{n+1}+a_n\}$ は初項 $a_4+a_3=12$

公比2の等比数列より

$a_{n+1}+a_n=12\cdot 2^{n-3}$ …①

・$a_{n+2}-2a_{n+1}=-(a_{n+1}-2a_n)$

$\{a_{n+1}-2a_n\}$ は初項 $a_2-2a_1=-6$

公比 -1 の等比数列より

$a_{n+1}-2a_n=-6\cdot(-1)^{n-3}$ …②

①−②より

$3a_n=12\cdot 2^{n-3}+6\cdot(-1)^{n-3}$

$\therefore a_n=4\cdot 2^{n-3}+2\cdot(-1)^{n-3}$

①より

$b_n=4\cdot 2^{n-2}+2\cdot(-1)^{n-2}$ //

$\boxed{54}$ [2018 大阪市立大]

n を自然数とする。赤色，黄色，青色の3種類のタイルがあり，すべて同じ大きさの正方形であるとする。赤色と黄色のタイルが隣り合わないように，左から右に横一列に n 枚並べるときの場合の数を a_n とする。このうち，n 枚目が赤色，黄色，青色である場合の数をそれぞれ b_n，c_n，d_n とする。

(1)　a_1，a_2 を求めよ。

(2)　b_{n+1}，c_{n+1}，d_{n+1} を b_n，c_n，d_n を用いて表せ。

(3)　a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ。

(4)　a_n を求めよ。

$\boxed{55}$ [上智大]

n を1以上の整数とし，2行 n 列のマス目に，次の条件を満たして石を置く場合の数を x_n 通りとする.

・1つのマスには高々1つの石を置く.

・上下左右斜めに隣り合うマスの両方には石を置かない.

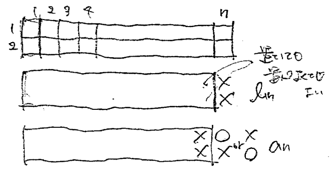
そのうち，最右列に石を置く場合の数を a_n 通り，置かない場合の数を b_n 通りとすると，$x_n=a_n+b_n$, $a_1=2$, $b_1=1$ である．$n \geqq 2$ のとき，

(1) a_n, b_n を a_{n-1}, b_{n-1} を用いて表せ.

(2) $c_n=b_n+b_{n-1}$ とおくとき，c_n を求めよ.

(3) x_n を求めよ.

(1)
$$\begin{cases} a_n=2b_{n-1} \\ b_n=a_{n-1}+b_{n-1} \end{cases}$$



(2) ①，②より

$b_n=2b_{n-2}+b_{n-1}$

$b_n+b_{n-1}=2(b_{n-1}+b_{n-2})$

$\alpha^2-\alpha-2=0$
$(\alpha+1)(\alpha-2)=0$
$\therefore \alpha=-1, 2$

$c_n=b_n+b_{n-1}$ とおくと

$c_n=2c_{n-1}$

$\{c_n\}$ は初項 $c_2=b_2+b_1=4$

公比2の等比数列より

$c_n=4\cdot 2^{n-2}=2^n$ //

(3) $b_n+b_{n-1}=2^n$

$b_n=-b_{n-1}+2^n$

両辺 2^n で割って

$\dfrac{b_n}{2^n}=-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{b_{n-1}}{2^{n-1}}+1$

$d_n=\dfrac{b_n}{2^n}$ とおくと $d_1=\dfrac{b_1}{2}=\dfrac{1}{2}$

$d_n=-\dfrac{1}{2}d_{n-1}+1$　　$\alpha=-\dfrac{1}{2}\alpha+1$　$\therefore \alpha=\dfrac{2}{3}$

$d_n-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{2}\left(d_{n-1}-\dfrac{2}{3}\right)$

$\left\{d_n-\dfrac{2}{3}\right\}$ は初項 $d_1-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{6}$

公比 $-\dfrac{1}{2}$ の等比数列より

$d_n-\dfrac{2}{3}=-\dfrac{1}{6}\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore d_n=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{6}\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

$d_n=\dfrac{b_n}{2^n}$ より

$b_n=2^n d_n$ より

$b_n=\dfrac{2}{3}\cdot 2^n-\dfrac{1}{3}(-1)^{n-1}$

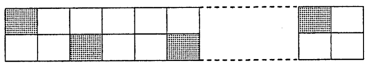
$a_n=2b_{n-1}=\dfrac{2}{3}\cdot 2^n-\dfrac{2}{3}\cdot(-1)^{n-2}$

よって

$x_n=a_n+b_n=\dfrac{4}{3}\cdot 2^n-\dfrac{1}{3}(-1)^{n-2}$ //

$\boxed{56}$ [2018 埼玉大]

n を自然数とする。白色または黒色の辺の長さ1の正方形のタイル $2n$ 枚を用いて，下図のように縦の長さ2，横の長さ n の長方形に敷き詰める。



このとき，次の条件を満たすように敷き詰めるものとする。

(条件)　どの2つの黒色のタイルも頂点を共有しない。

左上(上段の左端)と左下(下段の左端)のタイルがともに白色となるときの場合の数を a_n，左上が黒色で左下が白色となるときの場合の数を b_n，すべての場合の数を c_n とする。

(1)　a_1，b_1，c_1，a_2，b_2，c_2 を求めよ。

(2)　a_{n+1}，b_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

(3)　$a_{n+1}+a_n$ を求めよ。また，$a_{n+1}-2a_n$ を求めよ。

(4)　c_n を求めよ。

$\boxed{57}$ [2012 群馬大]

n を自然数とし，縦が3，横が $2n$ の長方形の盤上全体を，隣り合う2辺の長さが1と2の長方形のタイルですき間なく敷きつめるとき，その敷きつめ方の場合の数を a_n とする。そのうち左端に3つのタイルが接している場合の敷きつめ方の場合の数を x_n とし，それ以外の敷きつめ方の場合の数を y_n とする。

(1)　a_1，a_2 の値を求めよ。

(2)　a_n，x_{n+1}，y_{n+1} を x_n，y_n を用いて表せ。

(3)　a_{n+2} を a_{n+1}，a_n を用いて表し，さらに a_4 の値を求めよ。