

高3数学 標準問題演習 8. 三角関数

1 [I . 2000 関西学院大 II . 2019 日本女子大 III . 2016 関西大]

I . $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $90^\circ < \beta < 180^\circ$ で, $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{5}{6}$, $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{6}$ のとき,
 $\sin(\alpha + \beta)$ の値を求めよ.

II . 実数 x, y が $0 < y < x < \frac{\pi}{2}$, $\cos x + \cos y = 1$, $\sin x + \sin y = \sqrt{2}$ を満たしている
とき, 次の問いに答えよ.

(1) $\cos(x - y)$ の値を求めよ.

(2) $\cos x$, $\sin x$, $\cos y$, $\sin y$ の値を求めよ.

III . 2 次方程式 $x^2 + 5x + 6 = 0$ の解が $\tan \alpha$, $\tan \beta$ ($|\alpha| < \frac{\pi}{2}$, $|\beta| < \frac{\pi}{2}$) であるとき,

$\alpha + \beta = \boxed{}$ である.

2 [東京薬科大]

$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする. $\sin(x + \alpha) + \sin(x + \beta) = \sqrt{3} \sin x$ が任意の x について成り
立つとき, α, β の値を求めよ.

3 [2004 名城大]

鋭角三角形 ABC の 3 つの内角をそれぞれ A, B, C で表し, $A \leq B \leq C$ とする.

(1) $\tan A$ のとる値の範囲を求めよ.

(2) $\tan C$ を $\tan A$ と $\tan B$ の式で表せ.

(3) $\tan A, \tan B, \tan C$ がすべて整数のとき, $\tan A, \tan B, \tan C$ の値を求め
よ.

高3数学 標準問題演習 8. 三角関数

4 [2008 東京慈恵会医科大]

$\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7} = a$, $\cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} \cos \frac{6\pi}{7} = b$ とする。 a と b の値を求めたい。

- (1) 角 θ (ラジアン) が $\cos 3\theta = \cos 4\theta \dots\dots$ ① を満たすとき、解の1つが $\cos \theta$ であるような4次方程式を求めよ。
- (2) $\theta = \frac{2\pi}{7}$ のとき、 $\cos \theta$ が解の1つであるような3次方程式を求めよ。
- (3) (2)の結果を用いて、 a および b の値を求めよ。

5 [2016 横浜国立大]

実数 a, b に対し、 $f(\theta) = \cos 2\theta + 2a \sin \theta - b$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) とする。

- (1) 方程式 $f(\theta) = 0$ が奇数個の解をもつときの a, b が満たす条件を求めよ。
- (2) 方程式 $f(\theta) = 0$ が4つの解をもつときの点 (a, b) の範囲を ab 平面上に図示せよ。

6 [学習院大]

条件 $0^\circ \leq a \leq 180^\circ$ を満たす a に対して、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sin(x+a) - \sqrt{3} \cos(x+a)$$

と定める。 x が $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$ の範囲を動くとき、 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

7 [2000 お茶の水女子大]

関数 $f(x) = a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x$ の最大値が2、最小値が-1となる。このような a, b, c をすべて求めよ。ただし、 a は整数、 b, c は実数とする。

8 [2009 京都府立大]

定数 a を実数とし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。

関数 $y = -\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 2a(\sqrt{3} \sin x - \cos x) + 4$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $t = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ とするとき、 t の値の範囲を求めよ。
- (2) y を t の式で表せ。
- (3) $0 \leq y \leq 6$ が常に成り立つように、 a の値の範囲を定めよ。
- (4) 方程式 $-\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x - 2a(\sqrt{3} \sin x - \cos x) + 4 = 0$ が3個以上の異なる実数解をもつように、 a の値の範囲を定めよ。

高3数学 標準問題演習 8. 三角関数

9 [2001 早稲田大]

$t = \tan \frac{\theta}{2}$ とするとき、次の問いに答えよ.

- (1) $\sin \theta$ を t の式で表せ.
- (2) $\cos \theta$ を t の式で表せ.
- (3) $y = \frac{\sin \theta - 1}{\cos \theta + 1}$ を t の式で表せ.
- (4) y の最大値と最小値を求めよ.

また、そのときの θ の値を求めよ. ただし, $0^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ とする.

10 [2011 京都府立大]

$\triangle ABC$ の3つの角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ のそれぞれの大きさを A , B , C とする.

- (1) $\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ を余弦の加法定理から導け.
- (2) (1)の結果を用いて $\cos A + \cos B \leq 2 \sin \frac{C}{2}$ を示せ. また, 等号が成り立つのはどのようなときか.
- (3) (2)の結果を用いて $\cos A + \cos B + \cos C$ が最大となるとき, A , B , C を求めよ.