高2数学　基本問題演習　演習　1. 数と式

$\boxed{1}$［(1) 2002 同志社女子大　(2) 2015 立教大　(3) 2004 北里大］

(1) $(x^5-3x^4+4x^3-2x+5)(x^3+2x^2+7x-6)$ を展開したとき，x^5の係数，x^3 の係数をそれぞれ求めよ．

(2) 式 $(2x+3y+z)(x+2y+3z)(3x+y+2z)$ を展開したときの xyz の係数は $\boxed{}$ である。

(3) $(a^6+a^3b^3+b^6)(a^2+ab+b^2)(a-b)$ を展開せよ．

$\boxed{2}$［(1) 大同工業大　(2),(3),(4) 京都産業大　(5) 岡山理科大　(6) つくば国際大］

(1) x^6-19x^3-216 を因数分解せよ。

(2) $3x^2y-2xy^2-3x^2+8xy-4y^2-6x+4y$ を因数分解せよ。

(3) 整式 $(x-2)(x-3)(x-5)(x-6)-40$ を因数分解せよ。

(4) 整式 $6x^2+15xy+9y^2+x+3y-2$ を因数分解せよ。

(5) 式 $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$ を因数分解せよ。

(6) $(x-z)^3+(y-z)^3-(x+y-2z)^3$ を因数分解せよ．

$\boxed{3}$［(1) 2007 名城大　(2) 1999 立教大］

(1) 実数 x，y が，$x+y=2\sqrt{7}$，$x^2+y^2=20$ を満たすとき，$x^3+y^3=$ ${}^{ア}\boxed{}$，$x^4+y^4=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=6$ のとき，$x^3-\dfrac{1}{x^3}$，$x^5-\dfrac{1}{x^5}$ の値を求めよ．ただし $0<x<1$ とする．

$\boxed{4}$［(1) 2010 防衛医科大学校　(2) 2014 福島大　(3) 1997 松山大］

(1) 実数 x，y，z が $\dfrac{x+y}{4}=\dfrac{y+z}{5}=\dfrac{z+x}{6}\neq 0$ を満たすとき，$\dfrac{xy+yz+zx}{3x^2+2y^2+z^2}$ の値はいくらか。

(2) 正の実数 x，y，z が $\dfrac{yz}{x}=\dfrac{zx}{4y}=\dfrac{xy}{9z}$ を満たすとする。このとき，式 $\dfrac{x+y+z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ の値を求めよ。

(3) a, b, c を 0 でない実数とし，$\dfrac{a+b+c}{a}=\dfrac{a+b+c}{b}=\dfrac{a+b+c}{c}$ のとき，$\dfrac{(b+c)(c+a)(a+b)}{abc}$ の値を求めよ．

$\boxed{5}$ [1996 東邦大]

$x+y+z=2$ …… ①，$x^2+y^2+z^2=26$ …… ②，$x^3+y^3+z^3=38$ …… ③ とする．

①,②,③ が成り立つとき $xy+yz+zx=$ ア $\boxed{}$，$xyz=$ イ $\boxed{}$ であり，①,②,③

を満たす x, y, z を 3 つの解とする t の 3 次方程式は

t^3- ウ $\boxed{}$ t^2- エ $\boxed{}$ $t+$ オ $\boxed{}$ $=0$ である．①,②,③ を連立方程式とする解は

$x\leqq y\leqq z$ とすると，$x=$ カ $\boxed{}$，$y=$ キ $\boxed{}$，$z=$ ク $\boxed{}$ である．

$\boxed{6}$ [2014 岡山理科大]

正の数 x，y，z が 3 条件 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{7}{4}$，$x^2+y^2+z^2=21$，$xyz=8$ を満たすとき，

次の問いに答えよ。

(1)　$xy+yz+zx$ の値を求めよ。　(2)　$x+y+z$ の値を求めよ。

(3)　$x\leqq y\leqq z$ であるとき，x，y，z の値を求めよ。

$\boxed{7}$ [(1) 1996 明治大　(2) 2013 北里大]

(1) $i^2=-1$ として，$x=2+\sqrt{3}\,i$ のとき，$x^4-4x^3+10x^2-15x+20$ の値を求めよ．

(2) $x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ のとき，x^2+x の値は ア $\boxed{}$ であり，x^4-x^3 の値は イ $\boxed{}$ である。

$\boxed{8}$ [(1) 2011 奈良大　(2) 2006 摂南大]

(1) $x=a^2+1$，$a=\sqrt{6}-2$ のとき，$\sqrt{x+2a}+\sqrt{x-2a}$ の値を求めよ。

(2) $x=a^2+9$ とし，$y=\sqrt{x-6a}-\sqrt{x+6a}$ とすれば，y は

$a\leqq -$ ア $\boxed{}$ のとき，$y=$ イ $\boxed{}$

$-$ ア $\boxed{}$ $\leqq a\leqq$ ウ $\boxed{}$ のとき，$y=$ エ $\boxed{}$

$a\geqq$ ウ $\boxed{}$ のとき，$y=$ オ $\boxed{}$

と書きかえられる。

$\boxed{9}$ [(1) 2011 慶応義塾大　(5) 2019 慶応義塾大]

(1) $\alpha=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}\,i}{\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i}$ とし，$\beta=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i}{\sqrt{6}+\sqrt{2}\,i}$ とする。ただし，i は虚数単位とする。

このとき，$\alpha^3+\beta^3$ の値を求めよ。

(2) $\dfrac{6}{3+\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ の分母を有理化せよ。

(3) $\sqrt{9+4\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$ を簡単にせよ.

(4) $\sqrt{3-\sqrt{5}}$ の 2 重根号をはずせ.

(5) a は，$-1<a<\dfrac{1}{3}$ を満たす実数とする。$\dfrac{3+i}{\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{9a^2-6a+1}\,i}$ が実数であるとき，a の値は $\boxed{}$ である。ただし，i は虚数単位とする。