

高3数学 標準問題演習 13. 確率

① [I . 2022 関西大 II . 2003 明治大]

I . 3 つのさいころを同時に投げる。

- (1) 出る目の積が奇数になる確率は である。
- (2) 出る目の積が 72 になる確率は である。
- (3) 出る目の和が 8 になる確率は である。
- (4) 出る目の最大値が 5 になる確率は である。
- (5) 出る目の最大値が 5 で、かつ最小値が 2 である確率は である。

II . n 人がじゃんけんを 1 回行うとき、あいこになる確率を求めよ。

② [I . 1999 東北大 II . 2015 滋賀大]

I . T, O, H, O, K, U, A, O, B, A の 10 文字をでたらめに 1 列に並べる。

- (1) どの 2 つの O も隣り合わない確率を求めよ。
- (2) どこかで同じ文字が隣り合う確率を求めよ。

II . 1 から 9 までの番号が 1 つずつ書かれた 9 枚のカードから無作為に 1 枚を取り出し、その番号を確認してもとにもどす。この試行を 4 回行う。カードに書かれた番号を取り出した順に a_1, a_2, a_3, a_4 とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3, a_4 がすべて異なる確率を求めよ。
- (2) a_1, a_2, a_3, a_4 が異なる 2 種類の番号をそれぞれ 2 個ずつ含む確率を求めよ。
- (3) $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ となる確率を求めよ。
- (4) $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4$ となる確率を求めよ。

③ [法政大]

1 から 15 までの整数が 1 つずつ書いてある 15 枚のカードから 3 枚を抜きとるとき、その 3 枚に書いてある数の和を x , 積を y とする。

- (1) x が偶数である確率を求めよ。
- (2) x が 3 の倍数である確率を求めよ。
- (3) y が 3 の倍数である確率を求めよ。
- (4) y が 4 の倍数である確率を求めよ。

高3数学 標準問題演習 13. 確率

4 [I. 京都大 II. 2007 滋賀大]

I. サイコロをくり返し n 回振って、出た目の数を掛け合わせた積を X とする. すなわち、 k 回目に出た目の数を Y_k とすると、 $X = Y_1 Y_2 \cdots Y_n$

- (1) X が 3 で割り切れる確率 p_n を求めよ.
- (2) X が 6 で割り切れる確率 q_n を求めよ.
- (3) X が 4 で割り切れる確率 r_n を求めよ.

II. n を 2 以上の自然数とする. n 個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ.

- (1) 少なくとも 1 個は 1 の目が出る確率
- (2) 出る目の最小値が 2 である確率
- (3) 出る目の最小値が 2 かつ最大値が 5 である確率

5 [2001 北海道大]

A, B, C の 3 人が次のように勝負を繰り返す. 1 回目には A と B の間で硬貨投げにより勝敗を決める. 2 回目以降には、直前の回の勝者と参加しなかった残りの 1 人との間で、やはり硬貨投げにより勝敗を決める. この勝負を繰り返し、誰かが 2 連勝するか、または、100 回目の勝負を終えたとき、終了する. ただし、硬貨投げで勝つ確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である.

- (1) 4 回以内の勝負で A が 2 連勝する確率を求めよ.
- (2) $n = 2, 3, \dots, 100$ とする. n 回以内の勝負で、A, B, C のうち誰かが 2 連勝する確率を求めよ.

高3数学 標準問題演習 13. 確率

〔6〕〔Ⅰ. 2003 法政大 Ⅱ. 1998 埼玉大 Ⅲ. 2013 長岡技術科学大〕

Ⅰ. 3つの選択肢から1つだけある正解を選ぶ問題が問1から問8まで8題ある. 各問題とも選択肢をでたらめに選ぶとき, 次の確率を求めよ.

- (1) すべて誤りとなる確率
- (2) 問1から問4までに2題以上, かつ問5から問8までに1題以上正解が選ばれる確率
- (3) 正解が5題以上選ばれ, そのうち5題が連続し, 6題以上連続しない確率

Ⅱ. x 軸上を動く点 A があり, 最初は原点にある. 硬貨を投げて表が出たら正の方向に1だけ進み, 裏が出たら負の方向に1だけ進む. 硬貨を6回投げるものとして, 以下の確率を求めよ.

- (1) 硬貨を6回投げたときに, 点 A が原点に戻る確率
- (2) 硬貨を6回投げたとき, 点 A が2回目に原点に戻り, かつ6回目に原点に戻る確率
- (3) 硬貨を6回投げたとき, 点 A が初めて原点に戻る確率

Ⅲ. 2チームが試合をする. 1回の試合で一方が勝つ確率は $\frac{1}{2}$ で, 引き分けは起こらない

とする. 先に4勝したチームを優勝とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 第4試合で優勝が決まる確率を求めよ.
- (2) 第7試合で優勝が決まる確率を求めよ.
- (3) 2チームの勝ち数の差が, 優勝が決まるまで常に1以下である確率を求めよ.

※「2チームの勝ち数の差が…常に1以下」とは「優勝決定時も含めて勝ち数の差は1以下」という意味である。

〔7〕〔(1) 2006 東京慈恵会医科大 (2) 2019 防衛医科大学校〕

(1) 壺の中に赤球が3個, 白球が2個入っている. 無作為に1つの球を取り出し, 色を見てもとへ戻し同じ色の球を更に1つ加える. 引き続いて1つの球を取り出し, 色を見てその球および1個の同色の球を壺の中に加える. 3回目にまた1つの球を取り出す. このとき, k 回目に赤球が出るという事象を A_k とする ($k=1, 2, 3$).

確率 $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$, $P(A_3)$, 条件つき確率 $P_{A_3}(A_2)$ を求めよ.

(2) A , B , C の3つのさいころを同時に振り, 出た目の最小値が2であったときの最大値が4である条件付き確率はいくらか.

高3数学 標準問題演習 13. 確率

8 [I. 2015 岐阜薬科大 II. 2023 学習院大]

I. ある病気 X にかかっている人が 4 % いる集団 A がある。病気 X を診断する検査で、病気 X にかかっている人が正しく陽性と判定される確率は 80 % である。また、この検査で病気 X にかかっていない人が誤って陽性と判定される確率は 10 % である。

- (1) 集団 A のある人がこの検査を受けたところ陽性と判定された。この人が病気 X にかかっている確率はいくらか。
- (2) 集団 A のある人がこの検査を受けたところ陰性と判定された。この人が実際には病気 X にかかっている確率はいくらか。

II. 袋 A には白玉 3 つと赤玉 5 つが入っていて、袋 B には白玉 4 つと赤玉 3 つが入っている。

- (1) 袋 A から玉を 1 つ、袋 B から玉を 2 つ取り出したとき、取り出した 3 つの玉が、白玉 2 つ、赤玉 1 つである確率を求めよ。
- (2) 袋 A から 1 つの玉を取り出して袋 B に移し、次に袋 B から 2 つ玉を取り出す。袋 B から取り出した玉が 2 つとも赤であるとき、袋 A から袋 B に移した玉が赤である確率を求めよ。

9 [1998 宇都宮大]

n 枚のカードに、 $1, 2, 3, \dots, n$ の数字が 1 つずつ記入されている。このカードの中から無作為に 2 枚のカードを抜き取ったとき、カードの数字のうち小さい方を X 、大きい方を Y とする。ただし、 $n \geq 2$ とする。

- (1) $X = k$ となる確率を求めよ。ただし、 k は $1, 2, 3, \dots, n$ のいずれかの数字とする。
- (2) X の期待値を求めよ。
- (3) Y の期待値を求めよ。
- (4) $X + Y$ の期待値を求めよ。

10 [1999 信州大]

さいころを 100 回振るとき、1 の目がちょうど k 回出る確率を p_k とする。

- (1) 比 $\frac{p_k}{p_{k-1}}$ の値を k の式で表せ。ただし、 $1 \leq k \leq 100$ とする。
- (2) p_k が最大となる k の値を求めよ。

高3数学 標準問題演習 13. 確率

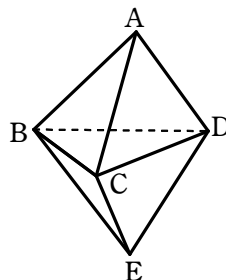
11 [I. 2018 琉球大 II. 2022 東京海洋大 III. 2015 大阪市立大]

I. 2つの箱 A, B があり, どちらの箱にも赤玉と白玉が1個ずつ入っている。それぞれの箱から, 無作為に玉を1個取り出し, 取り出した玉を交換して箱に戻す操作を繰り返す。 n 回の操作の後, 箱 A, B のどちらにも赤玉, 白玉が1個ずつ入っている確率を p_n とする。

- (1) p_1, p_2 を求めよ。
- (2) p_n を用いて p_{n+1} を表せ。
- (3) 自然数 n に対して, p_n を求めよ。

II. 図のような六面体 ABCDE の辺上を動く点 P がある。

P は, 頂点 A を出発点とし, 1 回の移動で, そのときにいる頂点から 1 辺で結ばれた隣の頂点のいずれか 1 つに等確率で移動する。ただし, 同じ頂点に留まることはないとする。 $n=1, 2, 3, \dots$ に対して, P が n 回目の移動後に A, B, C, D, E にいる確率を, それぞれ a_n, b_n, c_n, d_n, e_n とする。例えば, A から 1 辺で結ばれた隣の頂点とは, B, C, D であり, 1 回の移動で P はこの



いずれか 1 つに等確率で移動する。従って, $a_1=e_1=0, b_1=c_1=d_1=\frac{1}{3}$ である。

- (1) a_2, b_2, c_2, d_2, e_2 を求めよ。
- (2) $a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}, e_{n+1}$ を, a_n, b_n, c_n, d_n, e_n を用いて表せ。
- (3) 数学的帰納法を用いて, $b_n=c_n=d_n (n=1, 2, 3, \dots)$ が成り立つことを証明せよ。
- (4) $q_n=b_{n+1}-b_n$ とおくと, q_n を n を用いて表せ。
- (5) $n=2, 3, 4, \dots$ に対して, a_n, b_n を n を用いて表せ。

III. 1 枚の硬貨を何回も投げ, 表が 2 回続けて出たら終了する試行を行う。ちょうど n 回で終了する確率を P_n とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) P_2, P_3, P_4 を求めよ。
- (2) P_{n+1} を P_n および P_{n-1} を用いて表せ。ただし, $n \geq 3$ とする。
- (3) $n \geq 2$ のとき, $\frac{P_n}{2} \leq P_{n+1} \leq P_n$ が成り立つことを示せ。