

$$\frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8}$$

$242 = 172$
 $\parallel$
 $2^3 \times 3^2$

2nd part (2, 2, 2), (1, 2, 4)
 3rd part
 (2, 6, 6), (3, 4, 6)

$$\frac{3+6}{6^3} = \frac{1}{24}$$

0000011 の並列に付くから

$$\frac{7!}{5!2!} = 21 \text{通り}$$

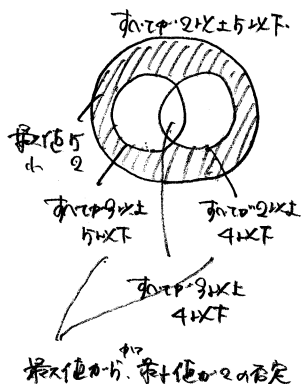
 α, τ

$$\frac{21}{6^3} = \frac{\boxed{7}}{\boxed{72}}$$

Q4) $\frac{5^3 - 4^3}{6^3} = \frac{61}{216}$



$$\begin{array}{r} \text{ef} \quad \text{hf} \quad \text{g} \\ 4^9 (2^9 \cdot 2^9 - 2^9) \\ \hline 6^9 \\ = \frac{18}{6^3} = \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline 12 & \\ \hline \end{array}} \end{array}$$


$$= 1 - \frac{2C_2 \cdot 2^n}{2^n} = \frac{2 - 2 \cdot 2^n}{2^n} //$$

$\langle \text{point} \rangle$

1. サイコロの確率 (ジャンケン、コイン投げ)

2

I. $\cup$ 

$$\frac{7! \times 8 \times 7 \times 6}{10!} = \frac{\cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6}}{\cancel{10} \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8}} = \frac{7}{15}$$

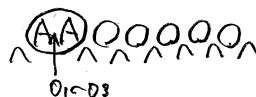
④ どこかで(可)い文字が隣り合う

$$= 1 - (\text{付いた字が重複しない})$$

(2) 文字と隣り合わないのは

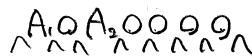
また、 θ 以外は並へ。

a) Aがとり合ふ



$$6! \times 2! \times 3 \times 7 \times 6$$

১১) আওতাধীন স্থাপত্য



$$(7! - 6! \times 2!) \times 8 \times 7 \times 6 = 6! \times 8 \times 7 \times 6 \times 5$$

57

$$= \frac{6! \times 2! \times 3 \times 7 \times 6 + 6! \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{10!}$$

$$= \frac{6! \times 7 \times 6 (2 + 40)}{10!}$$

$$= \frac{\cancel{7} \times \cancel{6} \times \cancel{6}^{2^2}}{10 \cdot \cancel{9} \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6}^2} = \frac{2^2}{60}$$

2, 已 未 如 子 官 症 症

$$1 - \frac{23}{60} = \frac{37}{60} \text{ y}$$

注、確率は区別できない母のも区別して考える。

$$\text{II. (1)} \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{9^{49}} = \frac{112}{249} //$$

$$\text{②} \frac{{}_9C_2 \times \frac{4!}{2!2!}}{9^4} = \frac{9 \times 8 \times 2}{9^{48}} = \frac{8}{249} //$$

③ 1~9から異なる24個を選ぶ。

よって順に a_1, a_2, a_3, a_4 と選ぶ。よって

$$\frac{{}_9C_4}{9^4} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 9^{48}} = \frac{14}{729} //$$

④ 1~9から重複を許して4個を選ぶ。04個 | 8個

大きい方から順に a_1, a_2, a_3, a_4 と選ぶ。よって

$$\frac{\frac{12!}{4!8!}}{9^4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 9^{48}} = \frac{55}{729} //$$

<point>

1. 順列・組合せと確率。

[3]

$$\text{① } A = \{1, 2, 5, \dots, 15\}$$

$$B = \{2, 4, \dots, 14\} \text{ とする}$$

X: 偶数 とする。

① Aから2枚, Bから1枚

② Bから3枚 選ぶ。よって $7 \times 6 \times (28+1)$

$$\frac{{}_8C_2 \times 7 + {}_7C_3}{15C_8} = \frac{8 \times 7 \times 7 + \frac{7 \times 6 \times 5}{6}}{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{98}{65} //$$

$$\text{③ } C = \{1, 4, 7, 10, 13\}$$

$$D = \{2, 5, 8, 11, 14\}$$

$$E = \{3, 6, 9, 12, 15\} \text{ とする}$$

X: 9の倍数 とする。

① Cから3枚, ② Dから3枚, ③ Eから3枚

④ C, D, Eからそれぞれ1枚ずつ 選ぶ。よって

$$\frac{{}_5C_3 \times 9 + 5^3}{15C_9} = \frac{\frac{5 \times 4 \times 3}{6} \times 9 + 5^3}{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{91}{91} //$$

$$\text{⑤ } (Y \text{ の } 9 \text{ の倍数}) = 1 - (Y \text{ の } 3 \text{ の倍数でない})$$

$$= 1 - \frac{{}_{10}C_3}{15C_9}$$

$$= 1 - \frac{10 \times 9 \times 8}{15 \times 14 \times 13} = \frac{67}{91} //$$

$$\text{⑥ } (Y \text{ の } 4 \text{ の倍数}) = 1 - (Y \text{ の } 4 \text{ の倍数でない})$$

① 取り得る。

② 2, 6, 10, 14, ... の回数と
あるべき。

$$= 1 - \frac{{}_8C_3 + {}_4C_1 \times {}_8C_2}{15C_9}$$

$$= 1 - \frac{\frac{8 \times 7 \times 6}{6} + 4 \times \frac{8 \times 7}{2}}{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= \frac{41}{65} //$$

[4]

$$\text{① } p_n = 1 - (X \text{ の } 3 \text{ で割り切れない})$$

9の倍数か(1回)ある。

$$= 1 - \frac{4^n}{6^n} = \frac{3^n - 2^n}{3^n} //$$

$$\text{② } q_n = 1 - (X \text{ の } 6 \text{ で割り切れない})$$

$$6 = 2 \times 3$$

A: X の 2 の倍数

B: X 3

$$q_n = P(A \cap B)$$

$$= 1 - P(\overline{A \cap B})$$

$$= 1 - P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

$$= 1 - \{P(\overline{A}) + P(\overline{B}) - P(\overline{A} \cap \overline{B})\}$$

$$= 1 - \frac{4^n + 3^n - 2^n}{6^n} = \frac{6^n - 4^n - 3^n + 2^n}{6^n} //$$

$$\text{③ } r_n = 1 - (X \text{ の } 4 \text{ で割り切れない})$$

① 取り得る。

② 2, 6, 10, ... の回数とあるべき。

$$= 1 - \frac{3^n + 2 \times 3^{n-1}}{6^n} = \frac{6^n - (2n+3) \cdot 3^{n-1}}{6^n} //$$

II d) 少なくとも1回は1 = 1 - 1が1個も含まない

$$= 1 - \frac{5^n}{6^n} = \frac{6^n - 5^n}{6^n}$$

② 出目の素因数が2 = 2 × 2 × 1 = 2 × 2 × 2 × 1

$$= \frac{5^n \cdot 4^n}{6^n}$$

③ II. 5) と 10) を併せて

$$\frac{4^n (2 \cdot 3^n - 2^n)}{6^n} = \frac{4^n (2 \cdot 3^n - 2^n)}{6^n}$$

[5]

d) $AB \rightarrow AC$

$BA \rightarrow CB \rightarrow AC \rightarrow AB$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$$

④ $(A, B, C \text{ のうち誰か}) = 1 - (\text{誰か2人勝つ})$
 2人勝つ

$AB \rightarrow CA \rightarrow BC \rightarrow \dots$

$BA \rightarrow CB \rightarrow AC \rightarrow \dots$ 常に勝者がある

$$= 1 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{2^n - 2}{2^n}$$

<point>

1. 独立宣言の行の存在

2. 平等の存在

[6]

I d) $\left(\frac{2}{3}\right)^8 = \frac{256}{6561}$ 8 - (16 + 9) 8 - 16 = 65

④ $1 - \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^4 + 4 \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \right\} = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4$
 0点正解 1点正解 0点正解

$$= \frac{98}{81} \times \frac{65}{81} = \frac{715}{2187}$$

⑤ ○○○○○○×△△

×○○○○○○×△

△×○○○○○○×

△△×○○○○○

のいずれか

○: 正解 ×: 不正解

△: どちらでもよい

$$\left(\frac{1}{9}\right)^5 \left(\frac{2}{9}\right) + \left(\frac{1}{9}\right)^5 \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{12+8}{2187} = \frac{20}{2187}$$

II d) 表3回、裏3回出たのはから

$$6C3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

② 1 ~ 2 回目には表1. 裏1.

3 ~ 6 " 表2. 裏2 (2回ずつ出る)

$$2C1 \times \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) + 4C2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

③

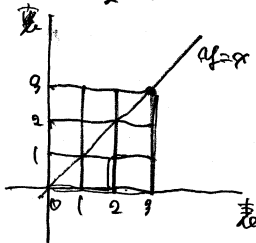


表1回と裏1回と2回と3回と
 何れにも比3

$y = x$ 3回ずつ出るように

(9,9) 1470 枚の紙を配る

何枚を配るかは

$$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{16}$$

IV d) 2回ずつ A, B と 3回

AAAA, BBBBより

4回

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{8}$$

② $\frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{9}$ A B

$$6C3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

③ A-B A-B A-B
 B-A B-A B-A
 B-A A-B B-A

B..

$$16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{8}$$

16通りあり

<point>

1. 反復試行の確率

7

$$d) P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) \\ &\quad + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) \\ &= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 6 \cdot 7} \\ &= \frac{34 + 24 + 24 + 18}{5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$$P(A_2|A) = \frac{P(A_2 \cap A)}{P(A)}$$

$$\begin{aligned} P(A_2 \cap A) &= P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3) \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{7} \\ &= \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

$$P(A_2|A) = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{9}{5}} = \frac{2}{9}$$

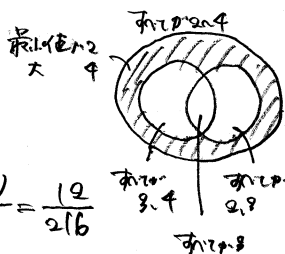
e) A: 最も小さい値

B: 最大値

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A) = \frac{5^2 - 4^2}{6^2} = \frac{61}{216}$$

$$P(A \cap B) = \frac{9^2 - (2 \cdot 2^2 - 1)}{6^2} = \frac{12}{216}$$



1/1

$$P(A|B) = \frac{12}{61}$$

<point>

1. 条件付き確率
2. 原因の確率

8

I. d) A: 病室Xに入院

B: 病室Xに入院したとき

病室Xに入院したとき

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)} \\ &= \frac{\frac{1}{25} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{1}{25} \cdot \frac{4}{5} + \frac{24}{25} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) P(\bar{A}|B) &= \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)} \\ &= \frac{\frac{1}{25} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{1}{25} \cdot \frac{4}{5} + \frac{24}{25} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} II. d) & \frac{9}{8} \times \frac{4 \times 3}{7 \times 6} + \frac{5}{8} \times \frac{4 \times 3}{7 \times 6} \\ & A \text{ は } B \text{ に対して } 1 \text{ 対 } 1 \text{ の割合} \\ & = \frac{9}{14} + \frac{5}{28} = \frac{11}{28} \end{aligned}$$

e) A: AからBに移動した

B: BからAに移動した

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B)} \\ &= \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{4 \times 3}{7 \times 6}}{\frac{5}{8} \cdot \frac{4 \times 3}{7 \times 6} + \frac{3}{8} \cdot \frac{4 \times 3}{7 \times 6}} \\ &= \frac{5 \cdot 4 \times 3}{5 \cdot 4 \times 3 + 3 \cdot 4 \times 3} = \frac{90}{90 + 36} = \frac{10}{13} \end{aligned}$$

9

d) X=kとなるとき

kとk+1の間のm-k+1+1=m-k+2を返す

$$P(X=k) = \frac{m-k}{m-1} = \frac{2(m-k)}{m(m-1)}$$

$$e) E(X) = \sum_{k=1}^m k P(X=k)$$

$$= \frac{2}{m(m-1)} \sum_{k=1}^m k(m-k) = \frac{m+1}{2(m-1)} (m+1) = \frac{m+1}{2}$$

$$= \frac{2}{m(m-1)} \left\{ m \cdot \frac{1}{2} m(m+1) - \frac{1}{6} m(m+1)(2m+1) \right\}$$

$$③) P(X=k) = \frac{k-1}{n(n-1)} = \frac{2(k-1)}{n(n-1)}$$

$$E(X) = \sum_{k=1}^n k P(X=k)$$

$$= \frac{2}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n k(k-1)$$

$$= \frac{2}{n(n-1)} \left\{ \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2} n(n+1) \right\}$$

$$= \frac{2(n+1)}{3}$$

$$④) E(X+Y) = E(X) + E(Y)$$

$$= \frac{n+1}{3} + \frac{2(n+1)}{3}$$

$$= n+1$$

<point>

1. 期待値

[10]

$$d) p_k = {}^{100}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k}$$

$$\frac{p_k}{p_{k-1}} = \frac{{}^{100}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k}}{{}^{100}C_{k-1} \left(\frac{1}{6}\right)^{k-1} \left(\frac{5}{6}\right)^{100-(k-1)}}$$

$$= \frac{{}^{100}P_k}{k!} \cdot \frac{1}{5 \cdot \frac{{}^{100}P_{k-1}}{(k-1)!}}$$

$$= \frac{101-k}{5k}$$

$$③) \frac{p_k}{p_{k-1}} > 1 \text{ ならば } p_{k-1} < p_k \text{ となり } k < 17$$

$$\frac{101-k}{5k} > 1$$

$$6k < 101 \therefore k < \frac{101}{6} = 16.8\ldots$$

$$k \leq 16 \text{ ならば } p_{k-1} < p_k$$

$$k \geq 17 \text{ ならば } p_{k-1} > p_k \text{ となり } k \geq 17$$

$$p < p_2 < \dots < p_{16} < p_{17} > p_{18} > \dots$$

$$\therefore \text{最も } k=16$$

<point>

1. 確率の最大値

[11]

I. d) A, B が 1/4 の色の玉をとりだす確率は

$$p_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

1回目 2回目

$$\begin{matrix} A & B \\ (赤, 赤) & (赤, 赤) \end{matrix} \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$\begin{matrix} A & B \\ (赤, 白) & (白, 赤) \end{matrix} \quad \frac{1}{4}$$

$$\begin{matrix} (白, 白) & (赤, 赤) \end{matrix} \quad \frac{1}{16}$$

$$\begin{matrix} (白, 白) & (白, 白) \end{matrix} \quad \frac{1}{16}$$

$$\begin{matrix} (白, 赤) & (赤, 白) \end{matrix} \quad \frac{1}{4}$$

$$p_2 = \frac{1}{16} \times 4 + \frac{1}{4} \times 2 = \frac{3}{4}$$

②) n回

$$\begin{matrix} p_n & \xrightarrow{\frac{1}{2}} & p_{n+1} \\ \text{とりだす1色} & & \\ \text{とりだす2色} & \nwarrow & \end{matrix}$$

$$p_{n+1} = \frac{1}{2} p_n + (1-p_n)$$

$$= -\frac{1}{2} p_n + 1$$

$$③) p_{n+1} = -\frac{1}{2} p_n + 1$$

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{1}{2} \alpha + 1 \\ \therefore \alpha &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$p_{n+1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} \left(p_n - \frac{2}{3} \right)$$

$$\left\{ p_n - \frac{2}{3} \right\} \text{ は初項 } p_1 - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6}$$

$$d = -\frac{1}{2} \text{ の等比数列}$$

$$p_n - \frac{2}{3} = -\frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore p_n = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

II. a_n は1秒後 $B \rightarrow E$ の確率に移動し
2秒後 F に移動するといふ

$$a_0 = 1 \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

(同様に)

$$a_2 = 1 \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$a_{n+1} = \boxed{\frac{1}{4} C_n}, \quad b_{n+1} = \boxed{\frac{1}{4} C_n}$$

$$C_{n+1} = 1 - (a_{n+1} + b_{n+1}) \quad (\text{全確率})$$

$$= \boxed{1 - \frac{1}{2} C_n}$$

$$C_{n+1} = -\frac{1}{2} C_n + 1, \quad C_1 = 1 \quad \alpha = -\frac{1}{2} \alpha + 1$$

$$\therefore \alpha = \frac{2}{3}$$

$$C_{n+1} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} (C_n - \frac{2}{3})$$

$$\{C_n - \frac{2}{3}\} \text{ は初項 } C_1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} \text{ の } \frac{1}{3} \text{ が } n \text{ 回繰り返す}$$

$$C_n - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

<point>

1. 確率漸化式.