

高3数学 標準問題演習 9. 指数・対数関数

① [佐賀大]

a を実数とすると、関数 $f(x) = 4^x + 4^{-x} - 2a(2^x + 2^{-x}) + a^2 + 2a - 5$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $t = 2^x + 2^{-x}$ とおくと、 t のとり得る値の範囲を求めよ。また、 $f(x)$ を t と a を用いて表せ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 4 個の実数解をもつように、 a の値の範囲を定めよ。

② [1998 熊本県立大]

- (1) $y = |\log_2 x|$ のグラフをかけ。
- (2) x についての方程式 $mx + n = |\log_2 x|$ (m, n は定数) は異なる 3 つの実数解をもち、それらは $1:2:3$ の比をなすという。これらの解を求めよ。

③ [2000 京都府立大]

2 つの不等式 $a^{2x-4} - 1 < a^{x+1} - a^{x-5}$, $2\log_a(x-2) \geq \log_a(x-2) + \log_a 5$ を満たす x の値の範囲を求めよ。ただし、 a は正の定数で、 $a \neq 1$ とする。

④ [2011 岩手大]

x と y は不等式 $\log_x 2 - (\log_2 y)(\log_x y) < 4(\log_2 x - \log_2 y)$ を満たすとする。このとき、 x, y の組 (x, y) の範囲を座標平面上に図示せよ。

⑤ [2007 岩手大]

次の不等式が成り立つことを示せ。

ただし、 $2^{10} > 1000$, $3^7 > 2000$, $\frac{2}{6.5} < 0.31$, $\frac{3.3}{7} > 0.47$ である。

- (1) $2^{6.5} < 10^2$
- (2) $0.30 < \log_{10} 2 < 0.31$
- (3) $0.47 < \log_{10} 3 < 0.48$

高3数学 標準問題演習 9. 指数・対数関数

6 [I . 2017 防衛大学校 II . 2008 早稲田大]

I . $N=2^{100}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$, $\log_{10}7=0.8451$, $\log_{10}11=1.0414$, $\log_{10}13=1.1139$ とする。

- (1) N の桁数を求めよ。
- (2) N の最高位の数字を求めよ。
- (3) N の最高位から 1 つ下の位の数字を求めよ。

II . $\left(\frac{1}{125}\right)^{20}$ を小数で表したとき、小数第 ア 位に初めて 0 でない数字が現れ、その値は イ である。ただし、 $\log_{10}2=0.3010$ とする。

7 [(1) 2006 宮崎大 (2) 2017 摂南大]

(1) $p=\frac{2^{148}+1}{17}$ は整数である。 p は何桁の整数か答えよ。ただし、 $0.301<\log_{10}2<0.302$ である。

(2) 2^{46} の桁数は ア である。 5^{20} の桁数は イ である。 $2^{46}+5^{20}$ の桁数は ウ であり、その最高位の数字は エ である。ただし、 $\log_{10}2$ は 0.3010 としてよい。

8 [I . 2011 広島大 II . 2011 早稲田大]

- I . (1) $\log_2 3 = \frac{m}{n}$ を満たす自然数 m, n は存在しないことを証明せよ。
- (2) p, q を異なる自然数とすると、 $p\log_2 3$ と $q\log_2 3$ の小数部分は等しくないことを証明せよ。
- (3) $\log_2 3$ の値の小数第 1 位を求めよ。

II . $\log_3 n$ が無理数となる 2011 以下の正の整数 n は、全部で 個ある。