

高3数学 標準問題演習 7. 三角比

① [2012 東京理科大]

$\triangle ABC$ の 3 辺の長さがそれぞれ $AB=5$, $BC=7$, $AC=4\sqrt{2}$ であるとする。この三角形の $\angle ABC$ の大きさを B で表すと $\cos B = \text{ア}$ であり、 $\triangle ABC$ の外接円の半径 R は、 $R = \text{イ}$ である。また、 $\angle ABC$ の二等分線と $\triangle ABC$ の外接円の交点で B と異なる点を D とする。このとき、 $AD = \text{ウ}$ であり、さらに $\triangle ABC$ の外接円の中心を O とすると、 $\triangle AOD$ の面積は エ となる。

② [信州大]

三角形 ABC において、等式

$$\sin A \cos^2 A + \sin B \cos^2 B = (\sin A + \sin B) \cos^2 C$$

が成り立つとき、次の問いに答えよ。ただし、 A, B, C はそれぞれ $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさである。

(1) C を求めよ。

(2) 等式 $\sin A = (\sqrt{3} - 1) \sin B$ が成り立つとき、 A と B を求めよ。

③ [2014 関西大]

3 辺の長さが $AB=4$, $BC=5$, $AC=7$ である三角形 ABC について考える。辺 AB 上の点 P , 辺 AC 上の点 Q を、 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分となるようにとる。

(1) $\cos A$ の値を求めよ。 (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

(3) $AP=x$, $AQ=y$ とおくと、 xy の値を求めよ。

(4) 線分 PQ の長さの最小値を求めよ。

④ [2007 上智大]

四角形 $ABCD$ は円 O に内接し、各辺の長さは $AB=1$, $BC=1$, $CD=2$, $DA=3$ である。

(1) BD の長さと $\angle BCD$ の大きさを求めよ。

(2) 四角形 $ABCD$ の面積を求めよ。

(3) 円 O の面積を求めよ。

(4) 3 辺 BC , CD , DA に接する円の面積を求めよ。

高3数学 標準問題演習 7. 三角比

5 [2003 東京大]

円周率が3.05 より大きいことを証明せよ。

6 [2006 北海道大]

1 辺の長さが1 の正三角形 ABC を底面とする四面体 $OABC$ を考える。ただし、 $OA=OB=OC=a$ であり、 $a \geq 1$ とする。頂点 O から三角形 ABC に下ろした垂線の足を H とする。

- (1) 線分 AH の長さを求めよ。
- (2) a を用いて線分 OH の長さを表せ。
- (3) 四面体 $OABC$ が球 S に内接しているとする。この球 S の半径 r を a を用いて表せ。

7 [2014 早稲田大]

四面体 $ABCD$ は、4 つの面のどれも3 辺の長さが7, 8, 9 の三角形である。この四面体 $ABCD$ の体積は である。

8 [2007 早稲田大]

半径 r の球面上に異なる4 点 A, B, C, D がある。

$$AB=CD=\sqrt{2}, \quad AC=AD=BC=BD=\sqrt{5}$$

であるとき、 r を求めよ。