

高3数学 標準問題演習 演習 11. 漸化式

① [2011 中央大]

数列 $\{a_n\}$ は、 $a_1=1$ であり、漸化式

$$a_{n+1} = \frac{2}{n+1}a_n + \frac{1}{(n+1)!} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。以下の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。
- (2) $b_n = \frac{n!}{2^n}a_n$ とおき、 b_{n+1} を b_n で表せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

② [2008 明治大]

数列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ が、関係式 $\sum_{k=1}^n a_k = 1 - \frac{1}{n}a_n$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ。
- (2) $a_n = \frac{n}{n^2-1}a_{n-1} \ (n \geq 2)$ を満たすことを証明せよ。
- (3) 一般項 a_n を求めよ。

③ [神戸大]

$a_1=0, a_{n+1}=3a_n+2^n-1 \ (n=1, 2, 3, \dots)$ によって定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

④ [I. 2001 山口大 II. 1996 山口大 III. 2016 同志社大]

I. $a_1=2, a_2=4, 2a_{n+2}=a_n+3 \ (n=1, 2, 3, \dots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

II. $a_1=1, a_{2n}=2a_{2n-1}, a_{2n+1}=a_{2n}+2^{n-1} \ (n=1, 2, 3, \dots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について

- (1) 第 $2n$ 項 a_{2n} と第 $(2n+1)$ 項 a_{2n+1} を求めよ。
- (2) $\sum_{k=1}^{2n} a_k$ を求めよ。

高3数学 標準問題演習 演習 11. 漸化式

Ⅲ. 数列 $\{a_n\}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) は $m=0, 1, 2, \dots$ に対し

$$n=3m \quad \text{のとき} \quad a_{n+1}=a_n+1$$

$$n=3m+1 \quad \text{のとき} \quad a_{n+1}=2a_n$$

$$n=3m+2 \quad \text{のとき} \quad a_{n+1}=a_n-1$$

を満たす。 $a_0=0, a_1=1$ として、次の問いに答えよ。

- (1) a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 をそれぞれ求めよ。
- (2) a_{3m+4} を a_{3m+1} を用いて表せ。
- (3) a_{3m+1} を m を用いて表せ。
- (4) a_{3m+2} と a_{3m+3} を m を用いてそれぞれ表せ。
- (5) $S_n=a_1+a_2+a_3+\dots+a_n$ とする。 $n=3m$ ($m=1, 2, 3, \dots$) のとき S_n を m を用いて表せ。

〔5〕[東京医科歯科大]

(1) 次のように定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=\frac{1}{2}, a_2=\frac{7}{4}, a_n=\frac{5}{2}a_{n-1}-a_{n-2} \quad (n=3, 4, 5, \dots)$$

(2) 次のように定義される数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1=2, b_2=\frac{5}{2}, b_3=\frac{17}{4}, b_n=\frac{7}{2}b_{n-1}-\frac{7}{2}b_{n-2}+b_{n-3} \quad (n=4, 5, 6, \dots)$$

〔6〕[2023 兵庫県立大]

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ は

$$3a_{n+1}=b_n+c_n, 6b_{n+1}=3a_n+4c_n, a_n+b_n+c_n=1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

を満たしているとする。 $a_1=0, b_1=\frac{1}{2}$ として、次の問いに答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $6c_{n+1}=3a_n+4b_n$ と $b_n=c_n$ が成り立つことを示せ。
- (3) $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

高3数学 標準問題演習 演習 11. 漸化式

7 [2001 中央大]

自然数 n に対して、正の整数 a_n, b_n を $(3+\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ によって定める.

- (1) a_1, b_1 と a_2, b_2 を求めよ.
- (2) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.
- (3) n が奇数のとき, a_n, b_n はともに奇数であって, n が偶数のとき, a_n は奇数で, b_n は偶数であることを数学的帰納法によって示せ.

8 [2018 大阪市立大]

n を自然数とする. 赤色, 黄色, 青色の3種類のタイルがあり, すべて同じ大きさの正方形であるとする. 赤色と黄色のタイルが隣り合わないよう, 左から右に横一列に n 枚並べるときの場合の数を a_n とする. このうち, n 枚目が赤色, 黄色, 青色である場合の数をそれぞれ b_n, c_n, d_n とする.

- (1) a_1, a_2 を求めよ.
- (2) $b_{n+1}, c_{n+1}, d_{n+1}$ を b_n, c_n, d_n を用いて表せ.
- (3) a_{n+2} を a_{n+1} と a_n を用いて表せ.
- (4) a_n を求めよ.