

2.3 微分の計算

(1) 導関数

関数 $f(x)$ がある区間のすべての x で微分可能であるとき、 $f(x)$ はその区間で微分可能であるという。

関数 $f(x)$ がある区間で微分可能であるとき、その区間における x のおおのの値 a に対して微分関数 $f'(a)$ を対応させると、1つの新しい関数が得られる。この新しい関数を関数 $f(x)$ の導関数といい、 $f'(x)$ と表す。また、関数 $f(x)$ からその導関数 $f'(x)$ を求めることを、 $f(x)$ を微分するという。

関数 $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は次の式で表される。

導関数

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

関数 $y = f(x)$ の導関数は、 y' , $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d}{dx}f(x)$ などの記号でも表す。

また、関数 $y = f(x)$ において、 x の増分 Δx に対する y の増分 $f(x + \Delta x) - f(x)$ を Δy とすると、 $f'(x)$ は

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

と表される。

(2) 導関数の性質

関数 $f(x)$, $g(x)$ が微分可能であるとき、その導関数について、次のことが成り立つ。

導関数の性質(線形性)

k, l は定数とする

1. $\{kf(x)\}' = kf'(x)$

2. $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$

3. $\{kf(x) + lg(x)\}' = kf'(x) + lg'(x)$

3において、 $k=1, l=-1$ とすると

$$\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$$

が得られる。

(3) 積の導関数

関数 $f(x), g(x)$ が微分可能であるとき、次の公式が成り立つ。

積の導関数

$$4. \{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\begin{aligned}\{f(x)g(x)\}' &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x+h) + f(x)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot g(x+h) + f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right\} \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x)\end{aligned}$$

例1

$f(x)$ および $g(x)$ は $x=a$ で微分可能な関数とする。このとき、極限值

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)g(a+5h) - f(a)g(a)}{h}$$

を $f(a)$, $g(a)$ および微分係数 $f'(a)$, $g'(a)$ を用いて表せ。

解説

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)g(a+5h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+3h)g(a+5h) - f(a)g(a+5h) + f(a)g(a+5h) - f(a)g(a)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{f(a+3h) - f(a)}{3h} \cdot 3 \cdot g(a+5h) + f(a) \cdot \frac{g(a+5h) - g(a)}{5h} \cdot 5 \right\} \\ &= 5f'(a)g'(a) + 3f'(a)g(a)\end{aligned}$$

n を自然数とするとき、関数 $y=x^n$ の導関数について次の公式が成り立つことは、すでに学んでいる。

x^n の導関数

n が自然数のとき $(x^n)' = nx^{n-1}$

例2

(1) $f(x) = (x^2 - 2x)(x^3 + x + 2)$ のとき, $f'(2)$ の値を求めよ.

(2) 関数 $y = (x+1)(x+2)(x+3)$ を x について微分せよ.

解説

$$(1) f'(x) = (2x-2)(x^3+x+2) + (x^2-2x)(3x^2+1)$$

$$= 2(x-1)(x^3+x+2) + x(x-2)(3x^2+1)$$

$$\text{よって, } f'(2) = 2 \cdot 1 \cdot 12 = 24$$

$$(2) y = \{(x+1)(x+2)\}(x+3)$$

$$y' = \{(x+1)(x+2)\}'(x+3) + \{(x+1)(x+2)\}(x+3)'$$

$$= \{(x+1)'(x+2) + (x+1)(x+2)'\}(x+3) + (x+1)(x+2)(x+3)'$$

$$= (x+1)'(x+2)(x+3) + (x+1)(x+2)'(x+3) + (x+1)(x+2)(x+3)'$$

$$= (x+2)(x+3) + (x+1)(x+3) + (x+1)(x+2)$$

$$= 3x^2 + 12x + 11$$

(4) 商の導関数

関数 $f(x), g(x)$ が微分可能であるとき, 次の公式が成り立つ.

商の導関数

$$5. \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

$$\text{特に, } \left\{ \frac{1}{g(x)} \right\}' = -\frac{g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

$$\left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left\{ \frac{f(x+h)}{g(x+h)} - \frac{f(x)}{g(x)} \right\}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{f(x+h)g(x) - f(x)g(x+h)}{g(x+h)g(x)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{g(x+h)g(x)} \cdot \frac{f(x+h)g(x) - f(x)g(x) + f(x)g(x) - f(x)g(x+h)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{g(x+h)g(x)} \left\{ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot g(x) - f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right\}$$

$$= \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

下の式は、上の式において、 $f(x)=1$ とすればよい。

例3

次の関数の導関数を求めよ。

$$(1) \quad y = \frac{x}{1+x+x^2}$$

$$(2) \quad y = \frac{(x-2)(x-3)}{x-1}$$

解説

$$(1) \quad y' = \frac{1 \cdot (1+x+x^2) - x \cdot (1+2x)}{(1+x+x^2)^2}$$

$$= \frac{1-x^2}{(1+x+x^2)^2}$$

$$(2) \quad y' = \frac{\{(x-2)(x-3)\}'(x-1) - (x-2)(x-3)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{\{(x-3) + (x-2)\}(x-1) - (x-2)(x-3)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

公式 $(x^n)' = nx^{n-1}$ が正の整数 n について成り立つことは学んだが、この n を整数に拡張することを考える。 n が負の整数のとき、 $n = -m$ とおくと、 m は正の整数で

$$(x^n)' = (x^{-m})' = \left(\frac{1}{x^m}\right)' = -\frac{(x^m)'}{(x^m)^2} = -\frac{mx^{m-1}}{x^{2m}} = -mx^{-m-1} = nx^{n-1}$$

よって、 $(x^n)' = nx^{n-1}$ は、 n が負の整数のときも成り立つ。

$n=0$ の場合も、 $(1)'=0$ より、 $(x^n)' = nx^{n-1}$ となる。

したがって、次の公式が成り立つ。

x^n の導関数

n が整数のとき、 $(x^n)' = nx^{n-1}$

(5) 逆関数

2つの変数 x, y について, y は x の関数であるとする。このとき, 逆に, x が y の関数であると考えられる場合がある。

例えば, $y = x + 1$ のとき, y は x の関数であるが, この式を x について解くと, $x = y - 1$ となり, これは x が y の関数であることを示している。

また, 関数 $y = x^2$ のとき, これを x について解くと, $x = \pm\sqrt{y}$ となり, $y > 0$ である y の値に対して, 対応する x の値がただ1つに定まらないから, x は y の関数であるとはいえない。

一般に, 関数 $y = f(x)$ の値域に含まれる任意の y の値に対して, 対応する x の値がただ1つ定まるとき, x は y の関数 $x = g(y)$ と考えられる。こうして定まる関数を, もとの関数 $y = f(x)$ の逆関数という。

逆関数も x と y を入れ替えて $y = g(x)$ のように, x の関数という形に書くことが多く, これを $y = f^{-1}(x)$ と書く。

例4

(1) 関数 $f(x) = \log_2(x+3)$ に対し, その逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ。

また, $g(x) = \sqrt{x+1}$ のとき, 不等式 $g^{-1}(x) \geq g(x)$ を満たす x の範囲を求めよ。

(2) $x \geq 0$ で定義された関数 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ の逆関数を求めよ。

解説

$y = \log_2(x+3)$ の値域はすべての実数であり,
これを x について解くと

$$x+3=2^y$$

$$\therefore x=2^y-3$$

よって, $f^{-1}(x) = 2^x - 3$

$y = \sqrt{x+1}$ の値域は $y \geq 0$ であり,
これを x について解くと

$$y^2 = x+1$$

$$\therefore x = y^2 - 1 \quad (y \geq 0)$$

よって, $g^{-1}(x) = x^2 - 1 \quad (x \geq 0)$

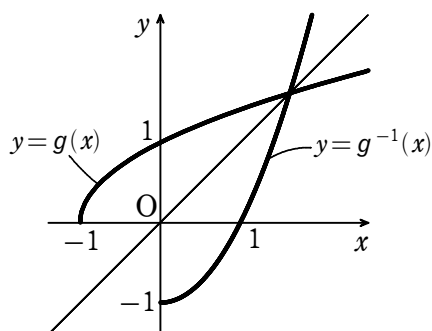
$y=g^{-1}(x)$ と $y=g(x)$ のグラフは
直線 $y=x$ に関して対称で、位置関係
は右図のようになる

$g^{-1}(x) \geq g(x)$ を満たす x の範囲は
 $g^{-1}(x) \geq x$ を満たす x の範囲に等しい
から

$$x^2 - 1 \geq x$$

$x \geq 0$, より $g^{-1}(x) \geq g(x)$ を満たす x の範囲は

$$x \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



(2) $e^x > 0$, $e^{-x} > 0$ であるから、相加相乗平均より

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \geq \sqrt{e^x \cdot e^{-x}} = 1$$

よって、値域は $y \geq 1$

$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \text{ より}$$

$$e^x + e^{-x} = 2y$$

$$(e^x)^2 - 2ye^x + 1 = 0$$

$x \geq 0$ であるから、 $e^x \geq 1$ より

$$e^x = y + \sqrt{y^2 - 1}$$

$$\therefore x = \log(y + \sqrt{y^2 - 1})$$

x と y を入れ替えて

$$y = \log(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (x \geq 1)$$

(6) 合成関数

2つの関数 $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$ があるとき、 $y = f(x)$, $z = g(y)$ とおいて、 $g(y)$ に $y = f(x)$ を代入すると

$$z = g(f(x)) = g(x + 1) = (x + 1)^2$$

となり、 $z = g(f(x))$ は x の関数になる。

一般に、2つの関数 $y = f(x)$, $z = g(y)$ があり、 $f(x)$ の値域が $g(y)$ の定義域に含まれているとき、 $g(y)$ に $y = f(x)$ を代入すると、新しい関数 $z = g(f(x))$ が得られる。この関数を $f(x)$ と $g(y)$ の合成関数といい、 $(g \circ f)(x)$ と書くこともある。すなわち

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

また、 $f(g(x))=f(x^2)=x^2+1$ であるから、一般に合成関数 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ は一致しない。

例5

(1) $f(x) = x + 1$, $g(x) = \frac{1}{x}$ のとき, $f(f(x))$, $f(g(x))$, $g(f^{-1}(x))$ を求めよ。

(2) $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = f(f(x))$ とするとき, $f(f^{-1}(x))$, $g^{-1}(x)$ を求めよ。

(解説)

$$(1) f(f(x)) = f(x+1) = (x+1)+1 = x+2,$$

$$f(g(x)) = f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + 1$$

$f^{-1}(x) = x - 1$ であるから, $x \neq 1$ のとき

$$g(f^{-1}(x)) = g(x-1) = \frac{1}{x-1}$$

$$(2) f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2} \text{ より}$$

$$f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{x-1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{x-1}{2} + 1 = x$$

$$g(x) = f(f(x)) = f(2x+1) = 2(2x+1)+1 = 4x+3$$

$$\text{よって, } g^{-1}(x) = \frac{x}{4} - \frac{3}{4}$$

(7) 合成関数の微分法

$y = f(u)$ が u の関数として微分可能, $u = g(x)$ が x の関数で微分可能であるとき, 関数 $y = f(u)$, $u = g(x)$ の合成関数 $y = f(g(x))$ も微分可能で, 次の公式が成り立つ。

合成関数の微分法

$$6. \{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$$

$u = g(x)$ において, x の増分 Δx に対する u の増分を Δu , すなわち

$$\Delta u = g(x + \Delta x) - g(x) \quad (\Delta u \neq 0 \text{ とする})$$

$y = f(u)$ において, u の増分 Δu に対する y の増分を Δy , すなわち

$$\Delta y = f(u + \Delta u) - f(u)$$

とすると

$$\begin{aligned}\{f(g(x))\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(u + \Delta u) - f(u)}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(u + \Delta u) - f(u)}{\Delta u} \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(u + \Delta u) - f(u)}{\Delta u} \cdot \frac{g(x + \Delta x) - g(x)}{\Delta x}\end{aligned}$$

$\Delta x \rightarrow 0$ のとき, $\Delta u \rightarrow 0$ より ($f(u)$ は微分可能なので連続より)

$$= f'(u)g'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

☐ $\Delta u = 0$ (例えば $g(x)$ が定数関数) のときも成り立つが, 今はあまり深入りしなくてよい。

公式 6 は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

とも表される。

例6

(1) 次の関数を微分せよ。

$$y = (3x + 2)^4$$

(2) 関数 $y = \frac{1}{(x^2 + 1)^3}$ を微分せよ。

(3) 関数 $f(x) = \left(\frac{x+3}{3x+2}\right)^2$ について, $f'(1)$ の値を求めよ。ただし, $f'(x)$ は $f(x)$ の導関数である。

解説

$$(1) y' = 4(3x + 2)^3 \cdot 3 = 12(3x + 2)^3$$

$$(2) y = \frac{1}{(x^2 + 1)^3} = (x^2 + 1)^{-3}$$

$$y' = -3(x^2 + 1)^{-4} \cdot (x^2 + 1)' = -3(x^2 + 1)^{-4} \cdot 2x = -\frac{6x}{(x^2 + 1)^4}$$

$$(3) f'(x) = 2 \cdot \frac{x+3}{3x+2} \cdot \frac{3x+2 - 3(x+3)}{(3x+2)^2} = \frac{-14(x+3)}{(3x+2)^3}$$

$$\text{よって, } f'(1) = \frac{-14(1+3)}{(3 \cdot 1 + 2)^3} = -\frac{56}{125}$$

(8) 逆関数の微分法

逆関数の導関数を用いてもとの関数の導関数を求めることを考える。

関数 $f(x)$ の逆関数 $g(x)$ が存在して、 $g(x)$ が微分可能であるとする。
このとき、次の公式が成り立つ。

逆関数の微分法

$$7. f'(x) = \frac{1}{g'(y)} \quad (g'(y) \neq 0)$$

$y = f(x)$ を x について解くと $x = g(y)$ より

$$x = g(f(x))$$

両辺 x で微分すると、合成関数の微分法を用いて

$$1 = g'(f(x))f'(x)$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{g'(f(x))} = \frac{1}{g'(y)}$$

公式 7 は

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

とも表される。

例7

$x = y^2 + 2y + 1$ ($y < -1$) について $\frac{dy}{dx}$ を x で表せ。

解説

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{2y+2} = \frac{1}{2(y+1)}$$

$x = y^2 + 2y + 1$ より

$$(y+1)^2 = x \quad \therefore y+1 = -\sqrt{x} \quad (y < -1 \text{ より})$$

$$\text{よって, } \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

例8

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ($x > 0$) とする。

(1) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ は $g(x) = x^3$ の逆関数である。関数 $g(x)$ に逆関数の微分法の公式を適用して $f'(x)$ を求めよ。

(2) $f(x) \cdot f(x) \cdot f(x) = x$ となっている。これに積の微分法の公式を適用して $f'(x)$ を求めよ。

(3) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ に従って、 $f'(x)$ を求めよ。

解説

(1) $y = x^{\frac{1}{3}}$ ($x > 0$) とすると、 $x = y^3$, $y > 0$

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{3y^2} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

(2) $f(x) \cdot \{f(x) \cdot f(x)\} = x$ の両辺を x で微分すると

$$f'(x)\{f(x) \cdot f(x)\} + f(x)\{f(x) \cdot f(x)\}' = 1$$

$$f'(x)\{f(x)\}^2 + f(x)\{f'(x) \cdot f(x) + f(x) \cdot f'(x)\} = 1$$

$$3f'(x)\{f(x)\}^2 = 1$$

$f(x) \neq 0$ であるから

$$f'(x) = \frac{1}{3\{f(x)\}^2} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

(3) $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\{(x+h)^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}\} \{(x+h)^{\frac{2}{3}} + (x+h)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\}}{h \{(x+h)^{\frac{2}{3}} + (x+h)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h \{(x+h)^{\frac{2}{3}} + (x+h)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}\}}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{(x+h)^{\frac{2}{3}} + (x+h)^{\frac{1}{3}} x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3x^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

公式 $(x^n)' = nx^{n-1}$ が整数 n について成り立つことは学んだが、この n を有理数 p に拡張することを考える。

p が有理数のとき、 $y = x^p (x > 0)$ の導関数を求める。

$y = x^{\frac{1}{n}}$ (n は正の整数) のとき、 $x = y^n$ より

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} = \frac{1}{ny^{n-1}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{n-1}} = \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1}$$

$p = \frac{m}{n}$ (m は整数、 n は正の整数) とすると

$$x^p = x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m$$

よって、

$$\begin{aligned} (x^p)' &= \left\{ \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m \right\}' = m \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{m-1} \cdot \left(x^{\frac{1}{n}}\right)' = mx^{\frac{m}{n}-\frac{1}{n}} \cdot \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} \\ &= \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} = px^{p-1} \end{aligned}$$

以上から、次の公式が成り立つ。

x^p の導関数

p が有理数のとき、 $(x^p)' = px^{p-1}$

例8

(1) $\frac{d}{dx} \sqrt{x^2+1} = \boxed{}$

(2) 次の関数の導関数を求めよ。

$$\sqrt[3]{1-2x}$$

(3) 次の関数を微分せよ。

$$y = x^3 \sqrt{1+x^2}$$

(4) $\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ を微分せよ。

解説

$$(1) \frac{d}{dx} \sqrt{x^2+1} = \frac{d}{dx} (x^2+1)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$(2) (\sqrt[3]{1-2x})' = \{(1-2x)^{\frac{1}{3}}\}' = \frac{1}{3}(1-2x)^{-\frac{2}{3}} \cdot (-2) = -\frac{2\sqrt[3]{1-2x}}{3(1-2x)}$$

$$(3) y' = (x^3)' \sqrt{1+x^2} + x^3 (\sqrt{1+x^2})'$$

$$= 3x^2 \sqrt{1+x^2} + x^3 \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}$$

$$= 3x^2 \sqrt{1+x^2} + \frac{x^4}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{3x^2 + 4x^4}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$(4) \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \right)' = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2+1} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$

$$= \frac{x^2+1-x^2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

(9) 陰関数の微分法

2つの変数 x, y について, それらの関係が $f(x, y)=0$ の形で表され, y の値が直接 x の値で示されていない関数を陰関数という。

ここでは陰関数の導関数を求めることを考える。

例9

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ で定められる x の関数 y について, $\frac{dy}{dx}$ を x, y を用いて表せ。

(2) 方程式 $3xy - 2x + 5y = 0$ で定められる x の関数 y について, $\frac{dy}{dx} = \frac{2-3y}{3x+5}$ となることを示せ。

解説

(1) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ の両辺を x で微分すると

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{3}y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

よって, $y \neq 0$ のとき, $\frac{dy}{dx} = -\frac{3x}{4y}$

(2) $3xy - 2x + 5y = 0$ の両辺を x で微分すると

$$3y + 3x \frac{dy}{dx} - 2 + 5 \frac{dy}{dx} = 0$$

$$(3x + 5) \frac{dy}{dx} = 2 - 3y$$

よって, $x = -\frac{5}{3}$ のとき, $\frac{dy}{dx} = \frac{2 - 3y}{3x + 5}$