

高3数学 標準問題演習 演習 7. 三角比

1 [2023 自治医科大]

三角形 ABC において、 $AB=3$ 、 $BC=\sqrt{13}$ 、 $CA=1$ であるとし、外接円を C 、 $\angle A$ の二等分線を ℓ とする。 ℓ と辺 BC の交点を D 、 ℓ と円 C の交点のうち A と異なる点を E とする。

(1) $\cos \angle BAC = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。また、三角形 ABC の面積は $\frac{\text{ウ}}{\text{オ}} \sqrt{\text{エ}}$

であり、 $AD = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

(2) $BE = \sqrt{\text{ク}}$ であり、三角形 EBC の面積は $\frac{\text{ケ}}{\text{サ}} \sqrt{\text{コ}}$ である。

(3) $AE = \text{シ}$ である。また、 $\angle ADC = \theta$ とするとき、

$\sin \theta = \frac{\text{ス}}{\text{ソ}} \sqrt{\text{セ}}$ である。

2 [2008 群馬大]

$\triangle ABC$ において、 $BC=a$ 、 $CA=b$ 、 $AB=c$ とおく。

$(b-c)\sin^2 A = b\sin^2 B - c\sin^2 C$ が成り立つとき、次の問いに答えよ。

(1) $(b-c)a^2 = b^3 - c^3$ を示せ。

(2) $\triangle ABC$ はどんな三角形か。

3 [2002 名古屋大]

辺の長さがそれぞれ $AB=10$ 、 $BC=6$ 、 $AC=8$ の $\triangle ABC$ がある。辺 AB 上に点 P 、辺

AC 上に点 Q を、 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{2}$ になるようにとる。

(1) 2 辺の長さの和 $AP+AQ$ を u とおく。 $\triangle APQ$ の周の長さ l を u を用いて表せ。

(2) l が最小となるとき AP 、 AQ 、 l の値を求めよ。

高3数学 標準問題演習 演習 7. 三角比

4 [2015 東京理科大]

$AB=2$, $BC=3$, $CD=6$, $DA=5$ である四角形 $ABCD$ があり, この四角形は円 O に内接している。

- (1) $\cos \angle B = \sqrt{\quad}$ であり, $AC = \sqrt{\quad}$ である。
- (2) 円 O の半径は $\sqrt{\quad}$ である。
- (3) 四角形 $ABCD$ の面積は $\sqrt{\quad}$ である。
- (4) 四角形 $ABCD$ は, ある円に外接している。この円の半径は $\sqrt{\quad}$ である。

5 [2012 兵庫県立大]

次の問いに答えよ。ただし, π は円周率を表す。

- (1) 半径が1の円に外接する正十二角形の面積を求めよ。
- (2) (1)の結果を用いて, $0 < \alpha \leq \sqrt{3}$ のとき次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\pi < \frac{12}{\alpha + 2}$$

- (3) $\pi < 3.22$ を示せ。

6 [2012 千葉大]

$AB=5$, $BC=7$, $CA=8$ および $OA=OB=OC=t$ を満たす四面体 $OABC$ がある。

- (1) $\angle BAC$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の外接円の半径を求めよ。
- (3) 4つの頂点 O , A , B , C が同一球面上にあるとき, その球の半径が最小になるような実数 t の値を求めよ。

7 [藤田医科大]

各面が辺の長さ $8, 9, 9$ の二等辺三角形である四面体がある。

- (1) この四面体の体積を求めよ。
- (2) この四面体のすべての頂点を通る球面の直径を求めよ。
- (3) この四面体のすべての面に接する球面の直径を求めよ。

高3数学 標準問題演習 演習 7. 三角比

8 [2013 早稲田大]

- (1) 半径 1 の球が正四面体のすべての面に接しているとき、この正四面体の 1 辺の長さは である。
- (2) 半径 1 の球が正四面体のすべての辺に接しているとき、この正四面体の 1 辺の長さは である。

9 [2001 東京大]

半径 r の球面上に 4 点 A, B, C, D がある。四面体 $ABCD$ の各辺の長さは、 $AB = \sqrt{3}$, $AC = AD = BC = BD = CD = 2$ を満たしている。このとき r の値を求めよ。