

基本問題演習 5. 2次関数

[1]

$$f(x) = x^2 - 2x + 3$$

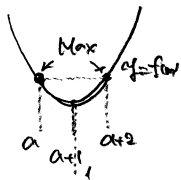
$$= (x-1)^2 + 2$$

頂点は $(1, 2)$

頂点は $(1, 2)$

最小値

① $a=0$ のとき



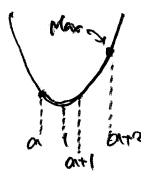
$$M(a) = f(1) = 2$$

② $a < 0$ のとき

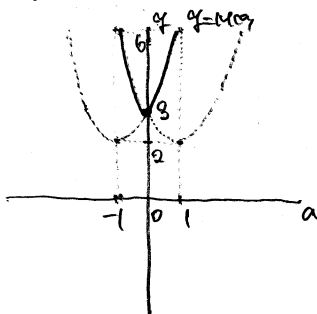


$$M(a) = f(a) = a^2 - 2a + 3$$

③ $a > 0$ のとき

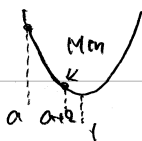


$$M(a) = f(a) = a^2 - 2a + 3$$



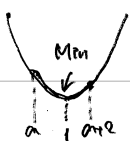
最大値

① $a < -1$ のとき



$$m(a) = f(a)$$

② $-1 \leq a < 1$ のとき

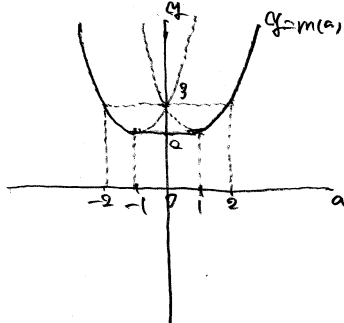


$$m(a) = f(1) = 2$$

③ $a \geq 1$ のとき



$$m(a) = f(a)$$



<point>

1. 2次関数の最大・最小

[2]

$$d, f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 \text{ と } c$$

$$= (x-a)^2 + a^2$$

頂点は (a, a^2)

頂点は (a, a^2)

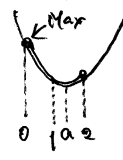
最大値

① $a=1$ のとき



$$f(a) = 1$$

② $a > 1$ のとき



$$f(a) = 2a^2$$

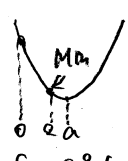
③ $a < 1$ のとき



$$f(a) = 2a^2 - 4a + 4$$

最小値

① $a \geq 2$ のとき



$$f(a) = 2a^2 - 4a + 4$$

② $0 \leq a < 2$ のとき



$$f(a) = a^2$$

③ $a < 0$ のとき



$$f(a) = 2a^2$$

④ $a < 0$ のとき

$$2a^2 \leq 0 \quad \therefore a = -\sqrt{10}$$

⑤ $0 \leq a < 2$ のとき

$$a^2 \leq 0 \quad 0 \leq a < 2 \text{ の範囲では } a=0$$

⑥ $a \geq 2$ のとき

$$2a^2 - 4a + 4 = 0$$

$$a^2 - 2a + 2 = 0$$

$$(a-1)(a-1) = 0 \quad \therefore a = 1$$

⑦ $a \geq 2$ のとき

$$a = -\sqrt{10}, 4$$

[3]

$$d, f(x) = |2x-2| + |3x-9| \text{ と } c$$

$$= 2|x-1| + 3|x-3|$$

x	1	3
$f(x)$	5	5
$f(x)$	↓	↑

$x=3$ のとき

$$f(x) = 4$$

② $f(x) = |x| + |x-1| + |x-2|$

x	0	1	2
$f(x)$	3	1	1
$f(x)$	↘	↘	↗

$x=1$ かつ $x=2$ かつ

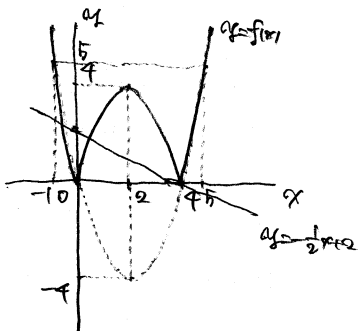
かつ $f(x)=2$

$f(x)=6, f(x)=6$ かつ

かつ $f(x)=6$

[4]

d)



② かつ $f(x)=4$

かつ $f(x)=7/4$

③ かつ $f(x)=5$

かつ $f(x)=0$

④ i) $x \leq 0, x \geq 4$ かつ

$x^2 - 4x = -\frac{1}{2}x + 2$ かつ

$x^2 - 7x + 4 = 0$

$\frac{1}{2}x = 4$

$(x-4)(2x+1) = 0 \therefore x = -\frac{1}{2}, 4$

ii) $0 < x < 4$ かつ

$x^2 - 4x = -\frac{1}{2}x + 2$ かつ

$x^2 - 9x + 4 = 0$

$\frac{1}{2}x = 4$

$(x-4)(2x-1) = 0 \therefore x = \frac{1}{2}, 4$

⑤ i, ii) I /

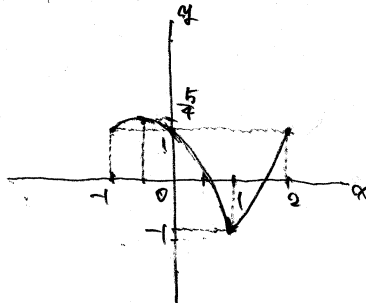
$x = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 4$

[5]

$f(x) = |x^2 - 1| - x \quad (-1 \leq x \leq 2)$

$= \begin{cases} x^2 - x - 1 & (1 \leq x \leq 2) \\ -x^2 + x + 1 & (-1 \leq x < 1) \end{cases}$

$= \begin{cases} (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{5}{4} & (1 \leq x \leq 2) \\ -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} & (-1 \leq x < 1) \end{cases}$



かつ $f(x)=1$

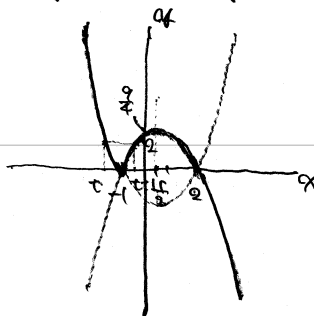
かつ $f(x)=\frac{5}{4}$

かつ -1

[6]

① $f(x) = (2-x)|x+1|$

$= \begin{cases} -(x+1)(x-2) & (x \geq -1) \\ (x+1)(x-2) & (x < -1) \end{cases}$



② $-1 \leq t < 0$ かつ $0 \leq t < 2$

$f(t) = f(t+1), 2 \leq t < 3$

$(t+1)(t-2) = -(t+2)(t-1)$

$t^2 - t - 2 = -t^2 - t + 2$

$t = 2 \therefore t = \sqrt{5}$

③ $t \leq -\sqrt{5}, t \geq \frac{1}{2}$

別解

$$f(a) = a^2 - 2a + 3$$

$$= (a-1)^2 + 2$$

最大値、最小値は頂点または端点にてとる

頂点 $f(a) = 2 \quad (0 \leq a \leq 2)$

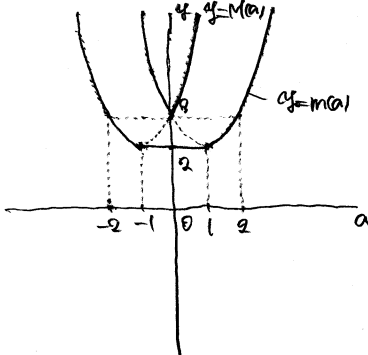
$\therefore -1 \leq a \leq 1 \leftarrow$ 頂点の定義域に入ると
 $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$

端点 $f(a) = a^2 - 2a + 3$

$\leftarrow$ 端点の値を計算

$$f(a+2) = (a+2)^2 - 2(a+2) + 3$$

$$= a^2 - 2a + 3$$



この中で最大最小を求め、最大値

d.

d.

区間から

$$y = M(a), y = m(a) \text{ の } \pm \text{ 値}$$