

高2数学 基本問題演習 演習 6. 2次方程式・不等式(1)

① [1996 立教大]

$x^6 + 4x^3 - 1 = 0$ の2つの相異なる実数解を α, β とするとき、 $\alpha\beta, \alpha + \beta$ の値を求めよ。

② [1996 北海道薬科大]

$x^2 + 2x + 3 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $(\alpha^3 + \alpha^2 + 1)(\beta^3 + \beta^2 + 1)$ の値を求めよ。

③ [(1) 2008 広島修道大 (2) 2011 北里大]

(1) 2次方程式 $-3x^2 + 2mx - 1 = 0$ の2つの解をそれぞれ α, β ($\alpha < \beta$) とするとき、 $0 < \alpha < 1$ かつ $2 < \beta < 3$ となるような m の値の範囲を求めよ。

(2) 2次方程式 $(-2a + 15)x^2 - (4a - 18)x + 3a^2 - 6a - 24 = 0$ が、 -2 より大きく 0 より小さい解と、 0 より大きく 1 より小さい解の2つの解をもつような実数 a の値の範囲を求めよ。

④ [2007 鳥取大]

実数を係数とする2次方程式 $x^2 - 2ax + a + 6 = 0$ が、次の条件を満たすとき、定数 a の値の範囲を求めよ。

- (1) 正の解と負の解をもつ。 (2) 異なる2つの負の解をもつ。
(3) すべての解が1より大きい。

⑤ [2003 広島工業大]

2次方程式 $x^2 - 2ax + 1 = 0$ が、 $0 < x < 3$ の範囲に異なる2つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

⑥ [2023 関西大]

2次方程式 $x^2 - bx + 10 = 0$ が $2 < x < 3$ の範囲に少なくとも1つ実数解をもつとき、実数 b のとりうる値の範囲は である。

高2数学 基本問題演習 演習 6. 2次方程式・不等式(1)

7 [I. 名古屋大 II. 早稲田大 III. 甲南大 IV. 香川医科大]

I. 関数 $f(x) = -|2x-1|+1$ ($0 \leq x \leq 1$) を用いて、関数 $g(x) = -|2f(x)-1|+1$ ($0 \leq x \leq 1$) を考える. $0 < c < 1$ のとき、 $g(x) = c$ を満たす x を求めよ.

II. a を定数とする. x についての方程式 $|(x-4)(x-2)| = ax - 5a + \frac{1}{2}$ が相異なる 4 つの実数解をもつとき、 a の範囲は、 $\sqrt{\square} + \sqrt[3]{\square} < a < \frac{1}{\sqrt{\square}}$ である。

III. 方程式 $|2x^2 - 3x - 5| = -x + k$ の実数解の個数は、 $k = \square$ のときちょうど 1 個であり、 $k = \sqrt[3]{\square}$ または $\sqrt{\square}$ のときちょうど 3 個である。

IV. 関数 $f(x)$ が $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2|x-1| + \frac{1}{2}$ で与えられている.

- (1) 曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形を図示せよ.
- (2) 点 $A(-3, 6)$ を通り曲線 $y = f(x)$ に接する直線の方程式を求めよ.
- (3) 点 $A(-3, 6)$ を通る直線 l の傾きを a とするとき、直線 l と曲線 $y = f(x)$ との共有点の個数は、 a の値によってどのように変わるか.