

## 高2数学 基本問題演習 4. 集合と論理

---

① [2006 大阪教育大]

集合  $S$  を  $S = \{35m + 21n \mid m, n \text{ は整数}\}$  とする。

- (1)  $S$  の要素は 7 の倍数であることを示せ。
- (2) 7 は  $S$  の要素であることを示せ。
- (3)  $k$  を整数とすると、 $7k$  は  $S$  の要素であることを示せ。
- (4)  $x$  座標,  $y$  座標ともに整数からなる点  $(m, n)$  と直線  $y = -\frac{5}{3}x + \frac{5}{7}$  との距離の最小値を求めよ。また、この距離が最小となる点  $(m, n)$  を 1 つ求めよ。

② [1998 大阪教育大]

$-2 \leq x \leq 2$  の範囲で、関数  $f(x) = x^2 + 2x - 2$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + a + 1$  について、次の命題が成り立つような  $a$  の値の範囲をそれぞれ求めよ。

- (1) すべての  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$
- (2) ある  $x$  に対して、 $f(x) < g(x)$
- (3) すべての組  $x_1, x_2$  に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$
- (4) ある組  $x_1, x_2$  に対して、 $f(x_1) < g(x_2)$

③ [2003 昭和薬科大]

次の命題について以下の (ア), (イ) に答えよ (ただし  $x, y$  は実数,  $m, n$  は整数とする)。

- (A)  $|x| < 1$  ならば、 $x^2 < 1$  である。
- (B)  $m$  が 4 の倍数ならば、 $m$  は 2 の倍数である。
- (C)  $x > y$  ならば、 $x^2 > y^2$  である。
- (D)  $mn$  が 6 の倍数ならば、 $m$  または  $n$  は 6 の倍数である。

(ア) 命題が真であるものは  である。(記号で答えよ)

(イ) 命題の逆が偽であるものは  である。(記号で答えよ)

## 高2数学 基本問題演習 4. 集合と論理

4 [1997 龍谷大]

次の  $p$  は  $q$  にとっての

(ア) 必要条件, (イ) 十分条件, (ウ) 必要十分条件, (エ) 以上のいずれでもない, のいずれであるかを答えよ.

ただし,  $a, b, c$  は実数とする.

- |                       |                                    |
|-----------------------|------------------------------------|
| (1) $p: a=b$          | $q: ac=bc$                         |
| (2) $p: a^2 > b^2$    | $q: a > b$                         |
| (3) $p: a > 0, b > 0$ | $q: a+b > 0, ab > 0$               |
| (4) $p: a+b, ab$ は整数  | $q: a, b$ は整数                      |
| (5) $p: ab > 0$       | $q: \frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 0$ |

5 [I. 1996 広島女学院大 II. 1997 宮崎大]

I. 命題「 $x+y \leq 4$  ならば  $x \leq 2$  あるいは  $y \leq 2$  である」について

- (1) 上の命題の逆, 裏, 対偶を述べよ.  
(2) (1)の各命題の真偽を調べよ.

II. 実数  $x, y$  について, 次の命題の逆および対偶を作り, それぞれの命題について真のときはそれを証明し, 偽のときはその反例をあげよ.

命題: 「 $xy$  が無理数ならば,  $x, y$  の少なくとも一方は無理数である.」

6 [2012 東北学院大]

- (1)  $n$  が整数のとき,  $n^3$  が偶数ならば  $n$  も偶数であることを示せ.  
(2)  $\sqrt[3]{2}$  が無理数であることを示せ.  
(3)  $p, q$  が有理数のとき,  $p+q\sqrt[3]{2}=0$  ならば  $p=q=0$  であることを示せ.

7 [2001 関西学院大]

- (1)  $a, b, c$  が整数のとき, 有理数  $r$  が 3 次方程式  $x^3+ax^2+bx+c=0$  の解であれば,  $r$  は整数であり, かつ  $c$  の約数であることを示せ.  
(2) 3 次方程式  $x^3-16x^2-20x+51=0$  の有理数解をすべて求めよ.

8 [京都教育大]

$a, b$  を奇数とすると, 2 次方程式  $x^2+ax+b=0$  は整数解をもたないことを示せ.