

高2数学 基本問題演習 演習 14. 三角関数(2)

1 [2012 岩手大]

関数 $f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x + 3\cos 2x$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$ である。

- (1) $t = \sin x$ とするとき、 $f(x)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値をすべて求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = a$ の相異なる解が 4 個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。

2 [1996 関西大]

x の方程式 $\cos 2x + 2k\sin x + k - 4 = 0$ ($0^\circ \leq x \leq 180^\circ$) の異なる解の個数が 2 つであるための k の満たす条件を求めよ。

3 [I. 1998 慶応義塾大 II. 2003 中央大 III. 2023 中央大]

- I. $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$ の範囲で、 $2 - |1 - \sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha|$ の最大値と最小値を求めよ。
- II. 関数 $y = 3\cos \theta + 4\sin \theta$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) について
 - (1) y のとりうる値の範囲を求めよ。
 - (2) y が最大値をとるときの $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ。
 - (3) y が最大値をとるときの $z = 3\sin 2\theta + 4\cos 2\theta$ の値を求めよ。
- III. $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の関数の最小値を求めよ。

$$y = \cos x - \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$$

4 [2003 鹿児島大]

- (1) a, b はともに 0 でない定数とすると、

$$a \cos \theta - b \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta + \alpha)$$

が成り立つことを示せ。ここで α はある角度である。

- (2) $\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta$ を (1) を用いて $\cos$ の式で表せ。 α の値も求めよ。
- (3) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $\cos \theta - \sin \theta$ の最大値と最小値を求めよ。そのときの θ の値もそれぞれ求めよ。

5 [2008 関西大]

$3\sin x + \cos x = c$ が $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ で異なる 2 つの解をもつような c の値の範囲を求めよ。

高2数学 基本問題演習 演習 14. 三角関数(2)

6 [2019 慶応義塾大]

関数 $y = 2\cos^2\theta - \sqrt{3}\cos\theta\sin\theta - \sin^2\theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) は $\theta =$ のとき最大値 $\frac{1}{\text{}}$ をとる。

7 [2015 早稲田大]

θ のとる値の範囲が $\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ である関数

$y = \frac{4}{1 + \tan^2\theta} + 2\sin^2\theta + 2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta$ を考える。

- (1) y の最大値は $\frac{1}{\text{}}$ となり、そのとき θ の値は $\frac{1}{\text{}}$ である。
- (2) y の最小値は $\frac{1}{\text{}}$ となり、そのとき θ の値は $\frac{1}{\text{}}$ である。

8 [2015 首都大学東京]

関数 $f(x) = \sqrt{2}\sin x - \sqrt{2}\cos x - \sin 2x$ に対して、以下の問いに答えよ。

- (1) $t = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ とおくと、 $f(x)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (3) 方程式 $f(x) = a$ が $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で相異なる 2 つの解をもつための実数 a の条件を求めよ。

9 [1997 京都府立大]

方程式 $\sin 2\theta + 2a(\cos\theta - \sin\theta) + a + 2 = 0$ が、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲で 2 つの異なる解をもつとき、 a の値を求めよ。ただし、 a は整数とする。

10 [(1) 2011 摂南大 (2) 2005 学習院大]

- (1) 実数 x, y が $x^2 + y^2 = 8$ を満たすとき、積 xy の最大値を求めよ。
- (2) 平面上の点 $P(x, y)$ が単位円周上を動くとき、 $15x^2 + 10xy - 9y^2$ の最大値と、最大値を与える点 P の座標を求めよ。ただし、単位円周とは原点を中心とする半径 1 の円周のことである。

高2数学 基本問題演習 演習 14. 三角関数(2)

11 [2018 立教大]

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\tan \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\sin 2\theta$ の値は $\sqrt{\quad}$ であり、 $\cos 2\theta$ の値は $-\sqrt{\quad}$ である。

12 [2004 小樽商科大]

- (1) $\tan \theta$ が有理数ならば、 $\cos 2\theta$ も有理数であることを示せ.
- (2) $\tan \theta$ が有理数ならば、 $\sin 2\theta$ も有理数であることを示せ.