

高2数学 基本問題演習 6. 2次方程式・不等式(1)

1 [(1) 2005 慶応義塾大 (2) 2009 慶応義塾大]

(1) 2次方程式 $x^2 + x + 2 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\alpha^2 + \beta^2, \alpha^5 + \beta^5$ の値を求めよ。

(2) 2次方程式 $2x^2 + 4x + 3 = 0$ の2つの解を α, β とする。このとき

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \text{ア} \square$ であり、 $(\alpha - 1)^4 + (\beta - 1)^4 = \text{イ} \square$ である。

2 [2009 九州産業大]

m を正の定数とする。方程式 $x^2 - 2mx - m^2 + 4 = 0$ ……① を考える。

(1) 方程式①が異なる2つの実数解をもつとき、 m のとりうる値の範囲は

$m > \text{ア} \square$ である。

(2) 方程式①が異符号の実数解をもつとき、 m のとりうる値の範囲は $m > \text{イ} \square$ である。

(3) 方程式①が異なる2つの実数解をもち、その差が8であるとき、 $m = \text{ウ} \square$ である。

(4) 方程式①の1つの解が他の解の3倍であるとき、 $m = \text{エ} \square$ である。

(5) 方程式①が異なる2つの正の解をもつとき、 m のとりうる値の範囲は

$\text{オ} \square < m < \text{カ} \square$ である。

3 [2023 京都産業大]

2次方程式 $2x^2 - 6x + 5 = 0$ の2つの解を α と β とするとき、 $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\text{ア} \square}{\text{イ} \square}$ である。

また、 $(2\alpha^2 + 4\alpha + 5)(2\beta^2 - 5\beta + 5) = \text{ウ} \square$ である。

高2数学 基本問題演習 6. 2次方程式・不等式(1)

〔4〕〔(1) 1996 産能大 (2) 2008 倉敷芸術科学大〕

(1) 方程式 $2x^2 + (a-2)x + 3(a-5) = 0$ の2解を α, β とするとき、 $-2 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ となるように定数 a の値の範囲を定めよ。

(2) 整数係数の2次関数 $y = ax^2 - (a+2)x - 1$ のグラフは x 軸と2つの共有点 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ をもち、 $-1 < \alpha < 0, 2 < \beta < 3$ を満たす。このとき、整数 a の値を定めよ。

〔5〕〔2006 富山県立大〕

x についての2次方程式 $x^2 - 2px + 2p + 1 = 0$ が次のような異なる2つの実数解をもつとき、定数 p の値の範囲を求めよ。ただし、 p は実数とする。

- (1) 2つの解がともに正
- (2) 2つの解がともに負
- (3) 1つの解が正、他の解が負

〔6〕〔2002 信州大〕

2次方程式 $x^2 + ax + a = 0$ が異なる2つの実数解をもち、その絶対値がいずれも1より小さい。このような実数 a の値の範囲を求めよ。

〔7〕〔2004 名古屋学院大〕

x に関する2次方程式 $x^2 - ax + 2 = 0$ (ただし、 a は実数の定数) は範囲 $I: -3 \leq x \leq -1$ で少なくとも1つの解をもつという。このときの a の値の範囲を調べたい。

- (1) この方程式の2つの解が両方とも範囲 I に入る (重解が I に入るときも含む) とき、 a の値の範囲を求めよ。
- (2) この方程式の1つの解は I に入り、もう1つの解が I に入らないとき、 a の値の範囲を求めよ。
- (3) この方程式の少なくとも1つの解が I に入るとき、 a の値の範囲を求めよ。

高2数学 基本問題演習 6. 2次方程式・不等式(1)

8 [I. 城西大 II. 立命館大 III. 順天堂大 IV. 大阪府立大]

I. $y=1-|x-1|$ のグラフをかけ. また, x に関する方程式 $|1-|x-1||=c$ が 4 つの解をもつための実数 c の値の範囲を求めよ.

II. k は実数の定数とする.

$$\text{方程式 } |x^2+2x-3|=k+4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

について, $k=1$ のとき, 方程式 $\textcircled{1}$ の解は $x=\sqrt{\quad}$ である. また, 方程式 $\textcircled{1}$ が異なる 3 個の負の解をもつとき, k の値の範囲は $^1\boxed{\quad}$ である. ただし, 重解は 1 個と考える.

次に, 方程式 $\textcircled{1}$ が異なる 4 個の実数解をもつとき, k の値の範囲は $^2\boxed{\quad}$ である.

このとき, 4 個の実数解を, 小さい順に $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ とするとき,

$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=\mp\boxed{\quad}$ である. また, $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4=5$ であるとき, k の値は $^3\boxed{\quad}$ である.

III. 関数 $y=|x^2-1|+x$ について

(1) $x^2-1<0$ となる x の範囲を求めよ.

(2) $y=|x^2-1|+x$ のグラフをかけ.

(3) $|x^2-1|+x-k=0$ の解の個数を k の値で分類せよ.

IV. a を定数とする. 放物線 $y=x^2+a$ と関数 $y=4|x-1|-3$ のグラフとの共有点の個数を求めよ.