

高2数学 基本問題演習 演習 2. 方程式・不等式の解法

1 [(1) 2017 大阪経済大 (2) 2012 上智大]

(1) 不等式 $ax - 2 \leq \frac{x}{2} + 2 \leq 3$ の解が $-2 \leq x \leq 2$ であるとき、 $a = -\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(2) $x \geq -6$ の範囲のすべての x に対して不等式 $2ax \leq 6x + 1$ が成り立つための必要十分条件は、 $\boxed{} \leq a \leq \boxed{}$ である。

2 [(1) 2018 慶応義塾大 (2) 1999 大阪薬科大 (3) 2008 南山大]

(1) a を定数とする。2つの2次方程式

$$2x^2 - ax - (2a + 2) = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + (a + 7) = 0$$

の共通解が1つだけあるとき、その共通解は $\boxed{}$ であり、 $a = \boxed{}$ である。

(2) 2つの2次方程式 $x^2 - kx + k = 0$, $x^2 - (2k + 1)x + k^2 = 0$ が共通の解をもつとき、定数 k の値を求めよ。

(3) q を0でない実数とし、2つの2次方程式 $x^2 - 3qx - 6q = 0$ と $qx^2 - x + 2q = 0$ が共通の実数解をもつとき、 q の値を求めよ。

3 [2009 國學院大]

x についての異なる2つの2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ ……①, $x^2 + bx + a = 0$ ……② がただ1つの共通解をもつとする。

(1) その共通解を求めよ。 (2) a, b が満たすべき条件を求めよ。

(3) ①, ②のもう1つの解はそれぞれ b, a に等しいことを示せ。

4 [2019 京都大]

a, b, c は実数とする。次の命題が成立するための、 a と c が満たすべき必要十分条件を求めよ。更に、この (a, c) の範囲を図示せよ。

命題：すべての実数 b に対して、ある実数 x が不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ を満たす。

5 [2001 芝浦工業大]

連立1次方程式 $\begin{cases} x + 2y = kx \\ 3x + 2y = ky \end{cases}$ が $x = y = 0$ 以外の解をもつときの k の値を求めよ。

高2数学 基本問題演習 演習 2. 方程式・不等式の解法

□6 [2006 倉敷芸術科学大]

連立方程式 $\begin{cases} x^2 = 4x + 2y \\ y^2 = 2x + 4y \end{cases}$ を解け。

□7 [(1) 1997 広島修道大 (2) 2008 法政大]

(1) 方程式 $2x^3 - 9x^2 + 6x - 1 = 0$ の解を x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$) とすると, $x_1 = \text{ア} \square$,

$x_2 = \text{イ} \square$, $x_3 = \text{ウ} \square$ である.

(2) $2x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 2 = 0$ の実数解をすべて求めよ。

高2数学 基本問題演習 演習 2. 方程式・不等式の解法

8 [(1) 京都産業大 (2), (4) 職能開発大 (3) 広島工業大 (5) 慶応義塾大]

(1) 不等式 $\left|x - \frac{2}{7}\right| < \frac{18}{7}$ を満たす整数 x の個数は ア である。正の数 a に対して、

不等式 $\left|x - \frac{2}{7}\right| < a$ を満たす整数 x の個数が 4 であるとき、 a のとりうる値の範囲は

イ $< a \leq \text{ウ}$ である。

(2) 方程式 $\sqrt{(x-2)^2} = 3x+5$ の解は、 $x = \text{エ}$ である。

(3) 連立不等式 $\begin{cases} |x-1| > 2 \\ |2x-4| < x+1 \end{cases}$ を解け。

(4) 方程式 $|x+3| = 2\sqrt{(x+1)^2} + 1$ の解は、 $x = \text{カ}$, キ である。ただし、
 ア $< \text{イ}$ とする。

(5) 方程式 $4||x|-1| = x+2$ の解をすべて求めると $x = \text{ク}$ となる。

9 [(1) 愛知学泉大 (2) 立教大 (3) 首都大 (4) 甲南大 (5) 明治大]

(1) 不等式 $x^2 - 7|x| + 10 > 0$ を解け。

(2) $|x^2 - 4x + 3| = 2 - x$ を解け。

(3) $|x^2 - 3| = x^2 - 3x - 2$ を満たす実数 x をすべて求めよ。

(4) 不等式 $|x^2 - 2x - 3| \leq 3 - x$ を解け。

(5) 不等式 $|2x^2 + x - 6| - |3x^2 - x - 14| \geq 0$ を解け。

10 [2003 明治薬科大]

実数 a を越えない最大の整数を $[a]$ と表記する。

(1) 等式 $[x+1] = [x] + 1$ が成り立つことを証明せよ。

(2) 等式 $[(x+1)^2] = 1$ が成り立ち、かつ $x > 0$ である x の値の範囲を求めよ。

また、等式 $\left[x + \frac{4}{3}\right]^3 - \left[x + \frac{1}{3}\right]^3 - 3\left[x + \frac{1}{3}\right]^2 - 13 = 0$ が成り立つような x の値の範囲を求めよ。

高2数学 基本問題演習 演習 2. 方程式・不等式の解法

11 [1998 愛媛大]

実数 a に対し, $[a]$ は a 以下の整数のなかで最大のものを表す. 例えば $[2.6]=2$, $[3]=3$, $[-1.6]=-2$ である.

- (1) 関数 $y=[x]$ のグラフをかけ.
- (2) 不等式 $[x]^2 - 8[x - 0.5] + 7 < 0$ を満たす x の範囲を求めよ.

12 [2008 東京電機大]

実数 x に対して, $[x]$ は $n \leq x < n+1$ となる整数 n を表す. 例えば, $[\sqrt{3}]=1$, $[-3.14]=-4$ である.

- (1) $([x])^2 + 2[x] - 3 = 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ.
- (2) $1 \leq x < 2$ の範囲で, $[3x] = 3[x]$ となる例, $[3x] = 3[x] + 1$ となる例, $[3x] = 3[x] + 2$ となる例をこの順にそれぞれ1つずつあげよ.
- (3) $[3x] - [x] = 4$ を満たす x の値の範囲を求めよ.

13 [1999 上智大]

実数 x に対して x 以下の最大の整数を $[x]$ で表す. 例えば $[\sqrt{2}]=1$, $[-1.3]=-2$ である.

- (1) $\left[\frac{1}{3}x + 1\right] = -2$ を満たす x の値の範囲を求めよ.
- (2) $\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right]$ を満たす x について考える. $\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right] = k$ とおく.

$$\left[\frac{1}{6}x\right] = k \text{ から } \overset{\text{ア}}{\boxed{}} \leq x < \overset{\text{イ}}{\boxed{}} \dots\dots \text{①}$$

$$\text{であり, また } \left[\frac{1}{2}x + 1\right] = k \text{ から } \overset{\text{ウ}}{\boxed{}} \leq x < \overset{\text{エ}}{\boxed{}} \dots\dots \text{②}$$

である. x の範囲 ①, ② が共通部分をもつのは $k = \overset{\text{オ}}{\boxed{}}$ のときのみであるから,

$$\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right] \text{ を満たす } x \text{ の値の範囲は } \overset{\text{カ}}{\boxed{}} \leq x < \overset{\text{キ}}{\boxed{}} \text{ である.}$$

14 [2014 早稲田大]

等式 $\left[\frac{a}{2}\right] + \left[\frac{2a}{3}\right] = a$ を満たす最大の整数 a は $a = \boxed{}$ である. ただし, 実数 x に対して, $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す.

高2数学 基本問題演習 演習 2. 方程式・不等式の解法

15 [京都教育大]

実数 x に対して x を超えない最大の整数を $[x]$ で表すと、 $x-1 < [x] \leq x$ である。この記号を用いた方程式 $x^2 + 18 = 9[x]$ ……(*) に対して、

- (1) x の方程式 (*) を満たせば、 $3 \leq x \leq 6$ であることを示せ。
- (2) 方程式 (*) を満たす x をすべて求めよ。