高2数学　基本問題演習　演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{1}$ [(1) 2021 中央大　(2) 2006 工学院大]

(1) 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=-1,\ a_{n+1}=a_n+2\cdot3^{n-1}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(2) 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=1,\ a_{n+1}=a_n+2^n-3n+1\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定めるとき，a_{10} を求めよ。

$\boxed{2}$ [(1) 2012 関西大　(2) 2009 立命館大]

(1) $a_1=1$，$na_{n+1}=2(n+1)a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定められている数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1=1$，$a_{n+1}=\left(1+\dfrac{2}{n}\right)a_n$ $(n\geqq1)$ を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。

$\boxed{3}$ [2017 岩手大]

数列 $\{a_n\}$ が，$a_1=1$，$2a_{n+1}=a_n+2$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとき，この数列の一般項を求めよ。

$\boxed{4}$ [Ⅰ. 2012 同志社大　Ⅱ. 2000 同志社大]

Ⅰ. 数列 $\{a_n\}$ を $a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n+4n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定める。数列 $\{b_n\}$ を $b_n=a_{n+1}-a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定めると数列 $\{b_n\}$ は，漸化式

$b_{n+1}=$ ${}^{ア}\boxed{}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たす。したがって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

${}^{イ}\boxed{}$ であり，数列 $\{a_n\}$ の一般項は ${}^{ウ}\boxed{}$ である。

Ⅱ. 漸化式 $a_{n+1}=2a_n+n^2$ $(n\geqq1)$，$a_1=0$ により定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ.

(1)　$g(x+1)=2g(x)+x^2$ を満たす x の整式 $g(x)$ を求めよ.

(2)　一般項 a_n を求めよ.

(3)　数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ.

$\boxed{5}$ [1998 名城大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=-1000,\ a_{n+1}=2a_n+2^{2n}\ (n=1,2,3,\cdots\cdots)$ で定義されているとき，一般項 a_n と，a_n を最小にする n の値を求めよ．

$\boxed{6}$ [Ⅰ．1998 関西大　Ⅱ．2013 鳥取大]

Ⅰ．数列 $\{b_n\}$ が $b_1=1$ と漸化式 $b_{n+1}=5\sqrt{b_n}\ (n=1,2,3,\cdots\cdots)$ で定義されているとき，一般項 b_n を n の式で表せ．

Ⅱ．自然数の数列 $\{a_n\}$ の隣り合う 2 項に次の関係式が成り立つ。

$$\frac{a_{n+1}}{{a_n}^2}=3^n\ (n=1,\ 2,\ \cdots\cdots)$$

また，$a_1=1$ である。

(1)　$b_n=\log_3 a_n$ とおくとき，b_n を n の式で表せ。

(2)　$a_n \geqq 10^{100}$ となる最小の n を求めよ。ただし，$\log_{10}3=0.4771$ とする。

$\boxed{7}$ [Ⅰ．2013 山口大　Ⅱ．2003 山口大]

Ⅰ．数列 $\{a_n\}$ が $a_1=\dfrac{1}{4},\ a_{n+1}=\dfrac{a_n}{4a_n+5}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定められるとき，次の問いに答えよ。

(1)　$a_2,\ a_3,\ a_4$ を求めよ。

(2)　$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ は $b_{n+1}=5b_n+4\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすことを証明せよ。

(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

Ⅱ．$a_1=1,\ 2a_na_{n+1}+3a_{n+1}-a_n=0\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ がある．

(1)　すべての自然数 n に対して $a_n>0$ であることを数学的帰納法で証明せよ．

(2)　$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} b_k$ を求めよ．

高2数学　基本問題演習　演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{8}$ [1997 東京理科大]

数列 $\{a_n\}$ は $a_1=3,\ a_n=\dfrac{3a_{n-1}+2}{a_{n-1}+2}$ $(n\geqq 2)$ により定められるものとする.

この数列は関係式 $\dfrac{1}{a_n-\boxed{\text{ア}}}=\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{a_{n-1}-\boxed{\text{ウ}}}+\boxed{\text{エ}}$ $(n\geqq 2)$ を満たす.

これより一般項を求めると $a_n=\dfrac{\boxed{\text{オ}}\cdot\boxed{\text{カ}}^n+\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}^n-1}$ $(n\geqq 1)$ となる.

空欄には自然数を入れよ.

$\boxed{9}$ [2008 東北大]

数列 $\{a_n\}$ を $a_1=2$，$a_{n+1}=\dfrac{4a_n+1}{2a_n+3}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定める。

(1) 2つの実数 α と β に対して，$b_n=\dfrac{a_n+\beta}{a_n+\alpha}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおく。$\{b_n\}$ が等比数列となるような α と β $(\alpha>\beta)$ を1組求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{10}$ [2006 福岡大]

$a_1=\dfrac{3}{2}$，$a_{n+1}=\dfrac{5a_n-1}{4a_n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定義される数列 $\{a_n\}$ がある。

$b_n=\dfrac{2}{2a_n-1}$ とおくとき，b_{n+1} を b_n を用いて表せ。また，$\{a_n\}$ の第 n 項を求めよ。

高2数学　基本問題演習　演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{11}$ [2003 立教大]

数列 $\{a_n\}$ が漸化式 $a_{n+1}=a_n+12a_{n-1}$ $(n \geqq 2)$，および，$a_1=3$，$a_2=10$ を満たすとき，a_n を n の式で表せ.

$\boxed{12}$ [2015 関西大]

$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=\dfrac{1}{4}$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$a_n=$ ア $\boxed{}$ であり，$b_1=4$，$b_2=20$，$b_{n+2}-8b_{n+1}+16b_n=0$ $(n=1，2，3，\cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{b_n\}$ の一般項は $b_n=$ イ $\boxed{}$ である。

$\boxed{13}$ [2013 山梨大]

$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=1$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{14}$ [2016 横浜市立大]

n を自然数とする。漸化式 $a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n-6n=0$，$a_1=1$，$a_2=1$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。