高2数学　基本問題演習　30. 微分法(2)

$\boxed{1}$ [(1) 2000 信州大　(2) 2009 慶応義塾大]

(1) $y=x^3-3x+1$ の極値を求め，そのグラフの概形をかけ.

(2) 関数 $y=x^3-6x^2-3x$ の極大値を求めよ。

$\boxed{2}$ [(1) 2010 水産大学校　(2) 2005 慶応義塾大　(3) 2019 名城大]

(1) 3 次関数 $f(x)$ に対し，条件 $f'(a)=0$ は，$f(a)$ が極値であるための十分条件ではないことを示す $f(x)$ と a の反例を挙げよ。

(2) 3 次関数 $f(x)=x^3+ax^2-2x+1$ が $x=-2$ で極大値をとるとする。このとき，定数 a の値を求めよ。また $f(x)$ の極小値を求めよ。

(3) a，b を定数とし，3 次関数 $y=-x^3+ax+b$ が極大値 $\dfrac{3}{2}$ と極小値 1 をとるとき，

$a=$ ア $\boxed{}$，$b=$ イ $\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$ [2000 静岡大]

a を実数とする．関数 $f(x)=2x^3-3(a+2)x^2+12ax$ について，次の問いに答えよ．

(1)　$f(x)$ が極値をもたないように a の値を定めよ．

(2)　$f(x)$ が極値をもつとき，極大値を a を用いて表せ．

(3)　$f(x)$ の極大値が 32 となるとき，a の値を求めよ．

$\boxed{4}$ [Ⅰ. 2008 昭和薬科大]

Ⅰ．関数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-ax^2+4(a^2-9)x+1$ において

(1)　$f(x)$ が極大値，極小値をもつための a の値の範囲を求めよ。

(2)　$f(x)$ が $x>0$ で極大値，極小値をもつための a の値の範囲を求めよ。

Ⅱ．関数 $y=f(x)=x^3-3ax^2+3x+1$ のグラフが $0\leqq x\leqq 1$ の範囲で増加するための a の条件を求めよ．

高2数学　基本問題演習　30. 微分法(2)

$\boxed{5}$ [2010 関西学院大]

関数 $f(x)=2x^3-3x^2-12x+1$ は $x=a$ で極大値 $f(a)$ をとり，$x=b$ で極小値 $f(b)$ をとるとする。また，2 点 $\mathrm{P}(a,\ f(a))$，$\mathrm{Q}(b,\ f(b))$ を結ぶ線分の中点を M とする。

(1) a，$f(a)$，b，$f(b)$ の値を求めよ。

(2) 線分 PQ と曲線 $y=f(x)$ は P，Q のほかに，点 M を共有することを示せ。

(3) 点 M を通る直線と曲線 $y=f(x)$ が M 以外に 2 つの共有点 R，S をもつとすると，M は線分 RS の中点であることを示せ。

$\boxed{6}$ [2008 信州大]

関数 $f(x)=2x^3+3x^2-12x$ の区間 $-3 \leqq x \leqq 3$ における最大値・最小値と，そのときの x の値を求めよ。

$\boxed{7}$ [Ⅰ. 2008 中央大　Ⅱ. 東北大　Ⅲ. 弘前大]

Ⅰ. 実数 a に対し，関数 $f(x)=x^3-3x$ の $a \leqq x \leqq a+1$ における最小値を $m(a)$ とおく。

(1) 関数 $y=f(x)$ の極値を求め，そのグラフをかけ。

(2) $f(a)=f(a+1)$ を満たす a の値を求めよ。

(3) a の値で場合を分けて，$m(a)$ を a の式として表せ。

(4) 横に a 軸，縦に b 軸をとり，平面上に曲線 $b=m(a)$ の概形をかけ。

Ⅱ. 区間 $0 \leqq x \leqq 1$ において，関数 $f(x)=-x^3+3ax$ (a は定数) の最大値と最小値を求めよ.

Ⅲ. a を $-1<a<1$ をみたす定数とする. 関数 $f(x)=3ax^2-2x^3$ の $-1 \leqq x \leqq 1$ における最大値と最小値を求めよ.

$\boxed{8}$ [2023 青山学院大]

点 O を原点とする xy 平面上の放物線 $y=-x^2+4x$ を C とする。また，放物線 C 上に点 A$(4,\ 0)$，P$(p,\ -p^2+4p)$，Q$(q,\ -q^2+4q)$ をとる。ただし，$0<p<q<4$ とする。

(1)　放物線 C の接線のうち，直線 AP と傾きが等しいものを ℓ とする。接線 ℓ の方程式を求めよ。

(2)　点 P を固定する。点 Q が $p<q<4$ を満たしながら動くとき，四角形 OAQP の面積の最大値を p を用いて表せ。

(3)　(2) で求めた四角形 OAQP の面積の最大値を $S(p)$ とおく。$0<p<4$ のとき，関数 $S(p)$ の最大値を求めよ。

$\boxed{9}$ [2011 名城大]

半径 1 の球に内接する高さ h，底面の半径 r，側面積 S の直円錐がある。

(1)　r を h を用いて表せ。

(2)　S を h を用いて表せ。

(3)　S が最大となるときの h，r，S の値をそれぞれ求めよ。