高2数学　基本問題演習　29. 微分法(1)

$\boxed{1}$［(1) 1996 防衛大学校　(2) 早稲田大］

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-2}\frac{x^2+8x+12}{x^2+5x+6}$ の値を求めよ.

(2) $\displaystyle\lim_{x\to3}\frac{ax^2+bx+3}{x^2-2x-3}=\frac{5}{4}$ が成り立つとき，定数 a, b の値を求めよ.

$\boxed{2}$［2006 東京薬科大　2005 関西大　2009 星薬科大］

(1) 微分係数 $f'(5)$ の定義に基づけば

$$\lim_{x\to5}\frac{5f(x)-xf(5)}{x-5}={}^{ア}\boxed{}\,f(5)+{}^{イ}\boxed{}\,f'(5)$$

である。

(2) 関数 $f(x)$ において $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(a+3h)-f(a)}{h}$ を $f'(a)$ を用いて表せ。

(3) $\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(x+5h)-f(x-3h)}{h}=\boxed{}\,f'(x)$ である。

$\boxed{3}$［(1) 2011 佐賀大　(2) 2002 立教大　(3) 2021 摂南大　(4),(5) 2001 昭和薬科大］

(1) 定義に基づいて次の関数の導関数を求めよ。

(ア)　$f(x)=x^2$

(イ)　$f(x)=1$

(2) $f(x)=x^4-2x^3+1$ のとき，$\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ を求めよ.

(3) $\displaystyle\lim_{x\to3}(20x+21)={}^{ア}\boxed{}$，$\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{(3x+1)^4-1}{x}={}^{イ}\boxed{}$ である。

(4) $f(x)=x^5-x^3$ のとき，$\displaystyle\lim_{h\to0}\frac{f(a+2h)-f(a-h)}{h}$ を a で表せ．ただし，a は定数とする.

(5) $f(x)=(x^2-2x)(x^3+x+2)$ のとき，$f'(2)$ の値を求めよ.

高2数学　基本問題演習　29. 微分法(1)

$\boxed{4}$ [(1) 2005 京都大　(2) 2012 兵庫県立大]

(1)曲線 $y=x^3$ の $x>0$ の部分を C とする。C 上の点 P に対し，P における C の接線と x 軸との交点を Q とし，P における C の法線と y 軸との交点を R とする。P が C 上を動くとき，$\dfrac{\mathrm{OR}}{\mathrm{OQ}}$ の最小値を求めよ。ただし，O は原点である。

(2)xy 平面上の点 (1，4) を通り，また，曲線 $y=f(x)=x^3+3x^2+x+7$ と 1 点で接し，他の 1 点で交わる直線の方程式をすべて求めよ。

$\boxed{5}$ [Ⅰ．2007 同志社大　Ⅱ．2005 滋賀大]

Ⅰ．直線 $y=p(x-1)+2$ と放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ は異なる 2 点 P，Q で交わる。P の x 座標を x_1，Q の x 座標を x_2 とし，$x_1<x_2$ であるとすると，$x_1=$ ア $\boxed{}$，$x_2=$ イ $\boxed{}$ である。放物線上の点 P における接線の方程式は p を用いて表すと $y=$ ウ $\boxed{}$ $x+$ エ $\boxed{}$ であり，P における接線と Q における接線の交点 R の座標は (オ $\boxed{}$，カ $\boxed{}$) である。△PQR の面積は キ $\boxed{}$ であり，その最小値は ク $\boxed{}$ である。

Ⅱ．関数 $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$ のグラフを C とする。グラフ C 上に点 A (2，0) をとる。

(1)　グラフ C と x 軸との交点で，A 以外の点の x 座標を求めよ。

(2)　点 A を通り，点 A と異なる点 B でグラフ C に接する直線の方程式を求めよ。

(3)　点 P がグラフ C 上を，点 A から点 B まで動くとき，△APB の面積の最大値を求めよ。

$\boxed{6}$ [(1) 2005 湘南工科大　(2) 1998 関西学院大　(3) 2012 摂南大]

(1) 2 つの曲線 $y=x^3+ax$ と $y=bx^2+c$ がともに点 $(-1,\ 0)$ を通り，この点で共通な接線をもつとき，a，b，c の値を求めよ。

(2) 0 でない実数 a に対して，曲線 $y=a(x+1)^2$ を C_1，曲線 $y=x^3-x$ を C_2 とする．C_1 と C_2 が共有点 P をもち，P における C_1 の接線と C_2 の接線が一致するとき，a の値を求めよ．

(3) 2 つの放物線 $y=kx^2$ と $y=-x^2+1$ が共有点をもち，その点における 2 曲線の接線が直交するとき，定数 k の値を求めよ。また，このとき，共有点の座標を求めよ。

$\boxed{7}$ [2003 西南学院大]

点 P$(a,\ b)$ を中心とする半径 r の円 $C:(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ があり，点 P は直線 $l:y=-x-3$ 上にある．いま，円 C が放物線 $m:y=x^2$ と点 Q$(-2,\ 4)$ で接しているとする．このとき，点 Q における共通接線の方程式を求めよ．また，a，b の値を求めよ．

$\boxed{8}$ [Ⅰ．2008 防衛大学校　Ⅱ．2015 福島大]

Ⅰ．a を実数として，2 つの 2 次関数のグラフ $C_1:y=2x^2$，$C_2:y=-x^2+2x-a$ は共有点をもたないとする。

(1)　a のとりうる値の範囲を求めよ。

(2)　点 $(t,\ 2t^2)$ における C_1 の接線が C_2 と接するとき，a を t の式で表せ。

(3)　C_1，C_2 の両方に接する 2 つの直線が垂直であるとき，a の値を求めよ。

Ⅱ．2 つの曲線 $y=-2x^3+3$，$y=-2x^3-1$ のどちらにも接する直線の方程式 $y=ax+b$ を求めよ。