

## 高2数学 基本問題演習 演習 32. 積分法(1)

1 [ I . 1997 琉球大 II . 2018 同志社大 ]

I.  $f'(x) = (x+1)(x-3)$ ,  $f(0) = -2$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ. また, 方程式  $f(x) = 0$  の実数の解の個数を求めよ.

II. 2つの多項式  $f(x)$ ,  $g(x)$  が以下の関係式を満たしている.

$$f(0) = 2, \quad \frac{d}{dx}\{f(x) - g(x)\} = 3, \quad g(0) = 3, \quad \frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\} = 16x^3 - 66x^2 + 76x - 26$$

- (1)  $f(x) - g(x)$  を求めよ.
- (2)  $f(x)g(x)$  を求めよ.
- (3)  $f(x)g(x)$  の極大値を求めよ.
- (4)  $f(x)$  および  $g(x)$  を求めよ.

2 [(1) 2019 摂南大 (2) 2018 学習院大]

$$(1) \int_0^1 (4x+1)(2x^2+x+9)dx = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}} \text{である.}$$

$$(2) \text{定積分 } \int_{-1}^1 (x+2)(|x|-1)^2 dx \text{ を求めよ.}$$

3 [2002 千葉工業大]

$$\text{定積分 } \int_2^8 (2x^2 - 20x + 32)dx \text{ の値を求めよ.}$$

4 [1997 釧路公立大]

2次式  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $a > 0$  が次の3つの条件を満たしている.

$$(A) \int_{-1}^1 f(x)dx = 0 \quad (B) \int_{-1}^1 xf(x)dx = 8$$

$$(C) x \text{ の関数 } \int_{-1}^x f(t)dt \text{ の極大値が } 0 \text{ である.}$$

(1) 2次式  $f(x) = ax^2 + bx + c$  を求めよ.

$$(2) \int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx \text{ の値を求めよ.}$$

## 表題

5 [近畿大 近畿大 早稲田大 倉敷芸術科学大 北海道薬科大 明治大 関西学院大]

(1)  $f(x) = 2x^2 + x \int_0^1 f(t) dt$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

(2) 関数  $f(x)$  が  $f(x) = 2x + \int_0^1 (x+t)f(t) dt$  を満たすとき  $f(x)$  を求めよ。

(3) 定数関数でない関数  $f(x)$  が  $f(x) = x^2 - \int_0^1 (f(t) + x)^2 dt$  を満たすとき,  $f(x)$  を求めよ。

(4) 等式  $f(x) = 1 + x \int_0^1 t f(t-1) dt$  を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

(5)  $f(x) = 3x^2 + \int_0^1 (2x+t)f'(t) dt$  を満たす 2 次関数  $f(x)$  を求めよ。

(6) 関数  $f(x)$  が次の式を満たすとする。

$$\begin{cases} f'(x) = x \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 x f'(x) dx \\ \int_{-2}^2 f(x) dx = 28 \end{cases}$$

このとき,  $f(x)$  を求めよ。

(7)  $x$  の整式  $f(x)$  と  $g(x)$  が関係式  $f(x) = x^2 + \int_0^1 g(t) dt$ ,  $g(x) = x \int_0^1 f(t) dt$  を満たすとき,  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ。

6 [(1) 2009 愛媛大 (2) 2003 明治大 (3) 2002 群馬大]

(1) 次の等式を満たす関数  $f(x)$  と定数  $a$  をすべて求めよ。

$$\int_a^x f(t) dt = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x$$

(2) 関数  $f(x)$  と定数  $a$  に対して  $\int_x^a f(t) dt = 2x^2 - 5x + 2$  であるとき,  $f(x)$  と  $a$  の値を求めよ。

(3)  $-3 \leq x \leq 3$  のとき, 関数  $f(x) = \int_{-3}^x (t^2 - 2t - 3) dt$  のとりうる値の範囲を求めよ。

## 表題

7 [ I. 2008 日本女子大 II. 2006 佐賀大 III. 1999 小樽商科大 ]

I. 次の等式を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

$$f(x) + \int_0^x t f'(t) dt = \frac{4}{3} x^3 + x^2 - 2x + 3$$

II. 関数  $f(x)$  が等式  $f(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t) dt + 2 \int_1^x f'(t) dt$  を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1)  $f(x)$  は 2 次関数であることを示せ。 (2)  $f(x)$  を求めよ。

III.  $f(x)$  を  $x$  の整式とする。このとき、 $x^4 + 2x^3 + \{ f(x) + 4 \} x^2 = \int_0^x t f(t) dt$  が  $x$  に関する恒等式になるという。

(1)  $f(x)$  の次数を求めよ。

(2)  $f(x)$  を求めよ。

8 [ I. 2013 福島大 II. 2003 工学院大 ]

I. 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  は、次の (A), (B) を満たすとする。

$$(A) f(x) = x^2 + 2 \int_0^x g(t) dt \quad (B) g(x) = f'(x) + \int_0^1 f(t) dt$$

(1) 導関数  $f'(x)$  を  $g(x)$  を用いて表せ。

(2) 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を求めよ。

II. 2 つの等式 
$$\begin{cases} \int_1^x f(t) dt = xg(x) + x + a \\ g(x) = x^2 + x \int_0^1 f(t) dt + \int_{-1}^0 f(t) dt \end{cases}$$
 を満たす定数  $a$  および関数  $f(x)$ ,

$g(x)$  を求めよ。