

## 高2数学 基本問題演習 32. 積分法(1)

1 [(1) 2010 中央大 (2) 1999 東京学芸大]

(1) 次の条件を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

$$\begin{cases} f'(x) = 6x^2 - 2x + 3 \\ f(1) = 7 \end{cases}$$

(2) 整式  $f(x)$ ,  $g(x)$  が次の3つの条件を満たすとき,  $f(x)$ ,  $g(x)$  を求めよ。

(A)  $f(0) = 3$

(B) 和  $f(x) + g(x)$  の不定積分は  $\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 4x + C$  ( $C$  は定数) である。

(C) 積  $f(x)g(x)$  の導関数は  $3x^2 + 6x + 5$  である。

2 [(1) 2019 中央大 (2) 1997 広島国際学院大 (3) 2021 広島工業大]

(1) 定積分  $\int_{-2}^0 (x^3 + 3x^2)dx - \int_2^0 (x^3 + 3x^2)dx$  を求めよ。

(2) 定積分  $\int_0^1 (2x+1)^3 dx$  の値を求めよ。

(3) 定積分  $\int_{-2}^2 (x^3 + x^2 + x + |x|)dx$  を求めよ。

3 [(1)~(3) 日本大 (4) 自治医大]

次の定積分の値を求めよ。

(1)  $\int_1^7 (7-x)(x-1)dx$

(2)  $\int_1^7 (7-x)^2(x-1)dx$

(3)  $\int_1^7 x(7-x)(x-1)dx$

(4)  $\int_1^3 (x-1)^2(x-3)^2 dx$

4 [青山学院大]

2次式  $f(x) = ax^2 + bx + c$  が  $\int_{-1}^1 f(x)dx = -2$ ,  $\int_{-1}^1 xf(x)dx = 4$ ,  $\int_{-1}^1 x^2 f(x)dx = 2$  を満たす

とき

(1)  $a, b, c$  の値を求めよ。

(2)  $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 dx$  の値を求めよ。

## 高2数学 基本問題演習 32. 積分法(1)

5 [(1) 千葉工業大 (2) 立教大 (3) 近畿大 (4) 中央大 (5) 成蹊大]

(1) 関数  $f(x)$  が等式  $f(x) = 2x + \int_0^2 f(t) dt$  を満たすとき、 $f(x)$  を求めよ。

(2) 等式  $f(x) = \int_{-1}^1 (x-t)f(t) dt + 7$  を満たす関数  $f(x)$  は  である。

(3) 関数  $f(x)$  が等式  $f(x) = x^2 + \int_1^2 (3x-t)f'(t) dt$  を満たすとき、

$f(x) = x^2 - \int \square x + \int \square$  である。

(4) 次の2つの等式を満たす関数  $f(x)$  を求めよ。

$$f(0) = -\frac{1}{3}, \quad f'(x) = 2x + \int_0^1 f(t) dt$$

(5) 2次関数  $f(x)$  と  $g(x)$  が関係

$$f(x) = -3x^2 \int_1^2 g(t) dt - 5, \quad g(x) = -3x^2 - x \int_0^1 f(t) dt$$

を満たすとき、 $f(x)$ 、 $g(x)$  を求めよ。

6 [(1) 1996 青山学院大 (2) 2018 立教大]

(1)  $\int_a^x f(t) dt = x^3 + x - 2$  を満たす関数  $f(x)$  および実数  $a$  の値を求めよ。

(2) 関数  $f(x) = \int_0^x (3t^2 + 2t - 1) dt$  の極小値は  である。

7 [I. 名城大 II. 富山大 III. 東北学院大]

I. 関数  $f(x)$  を、 $f(x) = -2x^2 + 2 \int_1^x f'(t) dt$  を満たすように定める。 $f(x)$  を求めよ。

II. 次の等式を満たす整式  $f(x)$  を求めよ。

$$f(x) = x^3 - x \int_0^1 f(t) dt + 5 \int_1^x f'(t) dt$$

III. 多項式  $f(x)$  が

$$xf'(x) + \int_1^x f(t) dt = 2x^2 + x + 1$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) 多項式  $f(x)$  の次数を求めよ。

(2) 多項式  $f(x)$  を求めよ。

## 高2数学 基本問題演習 32. 積分法(1)

---

8 [1998 東京都立大 2002 北海道薬科大]

I. 実数係数の多項式  $f(x)$  と  $g(x)$  は次の関係を満たすとする.

$$f(x) = x - \int_{-1}^2 g(t) dt, \quad g(x) = 3 + 2 \int_0^x f(t) dt$$

(1)  $f(x)$  と  $g(x)$  を求めよ.

(2)  $\int_0^a g(x) dx = \frac{1}{3}$  となる最小の実数  $a$  の値を求めよ.

II.  $x$  の関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  が次の条件 ①, ② を満たしている.

$$\int_1^x f(t) dt = xg(x) + ax + 2 \quad (a \text{ は実数}) \dots\dots \text{①}$$

$$g(x) = x^2 - 2x \int_0^1 f(t) dt + 1 \dots\dots \text{②}$$

このとき, 定数  $a$  の値と関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  を求めよ.