高2数学　基本問題演習　演習　18. 数列(2)

$\boxed{1}$ [Ⅰ．2009 同志社大　Ⅱ．2022 愛媛大　Ⅲ．1999 中央大]

Ⅰ．次の和を求めよ。

(1)　$\dfrac{1}{1\cdot3}+\dfrac{1}{3\cdot5}+\dfrac{1}{5\cdot7}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(2)　$\dfrac{1}{1\cdot3\cdot5}+\dfrac{1}{3\cdot5\cdot7}+\dfrac{1}{5\cdot7\cdot9}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

(3)　$\dfrac{2}{1\cdot3\cdot5}+\dfrac{4}{3\cdot5\cdot7}+\dfrac{6}{5\cdot7\cdot9}+\cdots\cdots+\dfrac{2n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

Ⅱ．次の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{98}\frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$$

Ⅲ．(1)　数列 $\{a_k\}$ の第 k 項が $a_k=\log_{10}\dfrac{k+2}{k}$ であるとき，初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ.

(2)　(1) の S_n が初めて 2 を超えるときの n の値を求めよ.

$\boxed{2}$ [(1) 2017 早稲田大　(2) 2014 中央大]

(1) 次の和を求めよ。

$$4+7\cdot4+10\cdot4^2+\cdots\cdots+(3n+1)\cdot4^{n-1}$$

(2) $S_n=1+2\cdot\dfrac{1}{3}+3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+4\left(\dfrac{1}{3}\right)^3+\cdots\cdots+n\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$ を n の式で表せ。

$\boxed{3}$ [Ⅰ．2014 中央大　Ⅱ．2010 県立広島大]

Ⅰ．座標平面上で，点 $(x,\ y)$ を考える。ここで，x，y を 0 以上の整数，n を自然数とする。このとき，以下の個数を n で表せ。

(1)　$x+y\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数

(2)　$\dfrac{x}{2}+y\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数

(3)　$x+\sqrt{y}\leqq n$ を満たす点 $(x,\ y)$ の個数

Ⅱ．条件 $0<x\leqq3^y$，$0<y\leqq\log_2 x$ を満たす整数 x，y を座標とする点 $(x,\ y)$ を考える。

(1)　$x=2^{10}$ となる点の個数を求めよ。ただし，$\log_2 3=1.585$ とする。

(2)　$y=5$ となる点の個数を求めよ。

(3)　$y\leqq n$ となる点の個数を n を用いて表せ。

高2数学　基本問題演習　演習　18. 数列(2)

$\boxed{4}$ [1998 東京理科大]

奇数の列を (1), (3, 5), (7, 9, 11, 13), …… のように括っていく．n 番目の (　　) には 2^{n-1} 個の項が含まれているものとする．このとき，n 番目の (　　) の最初の項は ア$\boxed{}$ であり，最後の項は イ$\boxed{}$ であるから，その (　　) にあるすべての項の和は ウ$\boxed{}$ である．

$\boxed{5}$ [Ⅰ．2000 岩手大　Ⅱ．2018 岡山理科大]

Ⅰ．自然数を右の図のように並べる．

(1)　n が偶数のとき，1番上の段の左から n 番目の数を n の式で表せ．

(2)　n が奇数のとき，1番上の段の左から n 番目の数を n の式で表せ．

(3)　1000 は左から何番目，上から何段目にあるか．

1	3	4	10	11	…
2	5	9	12	…	…
6	8	13	…	…	…
7	14	…	…	…	…
15	17	…	…	…	…
16	…	…	…	…	…

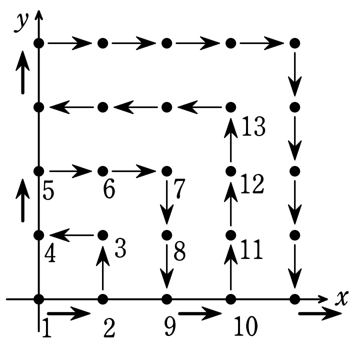
Ⅱ．n, m を 0 以上の整数とし，xy 平面上の点 $(n,\ m)$ に対し，図に示すように番号を付ける。例えば，点 $(1,\ 2)$ であれば番号は 6 である。

(1)　点 $(4,\ 2)$, $(6,\ 6)$ に付けられる番号を求めよ。

(2)　点 $(n,\ n)$ に付けられる番号を n を用いて表せ。

(3)　番号が 439 である点の座標を求めよ。

(4)　点 $(n,\ m)$ に付けられる番号を n, m を用いて表せ。



$\boxed{6}$ [Ⅰ．東京工業大　Ⅱ．2009 愛知教育大]

Ⅰ．整数 $a_n = 19^n + (-1)^{n-1}2^{4n-3}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ のすべてを割り切る素数を求めよ．

Ⅱ．(1)　n を正の整数とする。不等式 $2^n \geqq n^2 + n$ はどのような n に対して成立し，どのような n に対しては成立しないかを推測せよ。

(2)　(1) で推測したことを数学的帰納法によって証明せよ。

$\boxed{7}$ [Ⅰ．2020 長崎大　Ⅱ．2020 兵庫県立大]

Ⅰ．$\alpha=1+\sqrt{2}$，$\beta=1-\sqrt{2}$ に対して，$P_n=\alpha^n+\beta^n$ とする。このとき，P_1 および P_2 の値を求めよ。また，すべての自然数 n に対して，P_n は 4 の倍数ではない偶数であることを証明せよ。

Ⅱ．3 次方程式 $x^3+bx^2+cx+d=0$ の 3 つの複素数解 (重解の場合も含む) を α，β，γ とする。ただし，b，c，d は実数である。

(1)　$\alpha+\beta+\gamma$，$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$，$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3$ が実数であることを示せ。

(2)　任意の自然数 n に対して，$\alpha^n+\beta^n+\gamma^n$ が実数であることを示せ。

$\boxed{8}$ [大阪府立大]

数列 $\{a_n\}$ は次の関係式(ⅰ),(ⅱ)を満たしている.

(ⅰ) $a_1=1$

(ⅱ) $a_1a_2+a_2a_3+\cdots\cdots+a_na_{n+1}=2(a_1a_n+a_2a_{n-1}+\cdots\cdots+a_na_1)$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$

一般項 a_n を求めよ.