

高2数学 基本問題演習 20. 漸化式(2)

1 [2008 関西学院大]

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ について, $a_1=1$, $b_1=2$ であり, また, $n=1, 2, 3, \dots$ のとき

$$\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 2b_n \\ b_{n+1} = 2a_n + b_n \end{cases}$$

が成り立っている。このとき $a_n + b_n$, $a_n - b_n$ を n を用いて表すと

$a_n + b_n = \overset{\text{ア}}{\square}$, $a_n - b_n = \overset{\text{イ}}{\square}$ となる。したがって, $a_n = \overset{\text{ウ}}{\square}$,

$b_n = \overset{\text{エ}}{\square}$ である。

2 [2013 岩手大]

2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が

$a_1=2$, $b_1=2$, $a_{n+1}=6a_n+2b_n$, $b_{n+1}=-2a_n+2b_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で定められるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $c_n = a_n + b_n$ とおくと, 数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

3 [北海道教育大]

次の関係式で定まる2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ がある。

$$a_1 = b_1 = 1,$$

$$a_{n+1} = a_n + b_n, b_{n+1} = 4a_n + b_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 数列 $\{a_n + kb_n\}$ が等比数列となるように, 定数 k の値を定めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

4 [2021 お茶の水女子大]

すべての自然数 n に対して $\sum_{k=1}^n a_k = 2a_n + n$ を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

高2数学 基本問題演習 20. 漸化式(2)

5 [横浜国立大]

各項が正の数である数列 $\{a_n\}$ が $a_1=2$ と関係式

$$a_{n+1}^2 a_n = a_{n+1} + \frac{2(n+2)}{n(n+1)} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとき、

- (1) a_2, a_3 を求めよ.
- (2) a_n を n の式で表せ.

6 [早稲田大]

数列 a_n は、 $a_1=1$ 、任意の自然数 n に対して

$$a_n > 0 \text{ および } 6 \sum_{k=1}^n a_k^2 = a_n a_{n+1} (2a_{n+1} - 1)$$

をみたす.

- (1) a_2, a_3 の値を求めよ.
- (2) 一般項 a_n の値を推測し、それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ.

7 [1996 大阪歯科大]

平面上にどの2本も平行でなく、また、どの3本も同じ点を通らない n 本の直線を引くとき、

- (1) 交点はいくつできるか.
- (2) 平面はいくつの部分に分かれるか.

8 [2012 静岡大]

ある工場では、昼間にタンクの水を使用し、夜間に水を補給する。毎日、朝の水量のうち10%が使用され、その日の夜に200リットルが補給される。操業1日目の朝の始業前には、タンクの水量が8000リットルであった。

- (1) 3日目の朝の始業前のタンクの水量を求めよ.
- (2) n 日目の朝の始業前のタンクの水量を a_n リットルとすると、 a_{n+1} を a_n で表せ.
- (3) 朝の始業前のタンクの水量がはじめて2400リットル未満になるのは、何日目の朝か。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

高2数学 基本問題演習 20. 漸化式(2)

9 [1997 早稲田大]

数字 $1, 2, 3$ を n 個並べてできる n 桁の数全体を考える. そのうち 1 が奇数回現れるものの個数を a_n , 1 が偶数回現れるかまったく現れないものの個数を b_n とする.

- (1) a_{n+1}, b_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.
- (2) a_n, b_n を求めよ.

10 [1999 一橋大]

3つの文字 a, b, c を繰り返しを許して, 左から順に n 個並べる. ただし, a の次は必ず c であり, b の次も必ず c である. このような規則を満たす列の個数を x_n とする.

例えば, $x_1=3, x_2=5$ である.

- (1) x_{n+2} を x_{n+1} と x_n で表せ.
- (2) $y_n = x_{n+1} + x_n$ とおく. y_n を求めよ.
- (3) x_n を求めよ.