

高2数学 基本問題演習 演習 28. 軌跡と領域(2)

1 [I . 2020 関西大 II . 2021 琉球大]

I . (1) 連立不等式 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 2y - 7 \geq 0 \\ x \geq y \end{cases}$ が表す領域を図示せよ。

(2) $r > 0$ とする。「 $(x-4)^2 + (y-2)^2 \leq r^2$ ならば、(1)の連立不等式が成り立つ」を満たす r の最大値を求めよ。

II . 不等式 $(x^2 + y^2 - 2)(y - x^2) > 0$ の表す領域を図示せよ。

2 [I . 1997 北星学園大 II . 1996 武庫川女子大]

I . 不等式 $|2x + y| + |x - 2y| \leq 3$ の表す座標平面上の領域を D とする。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 領域 D の面積を求めよ。

II . (1) 不等式 $x^2 + y^2 - 4|y| \leq 12$ …… ① の表す領域を図示せよ。

(2) 不等式 ① の表す領域の面積を求めよ。

3 [(1) 1999 岐阜大 (2) 2000 関西大]

(1) 点 $P(\alpha, \beta)$ が $\alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta < 1$ を満たして動くとき、点 $Q(\alpha + \beta, \alpha\beta)$ の動く範囲を図示せよ。

(2) 座標平面上の点 (p, q) は $x^2 + y^2 \leq 8, y \geq 0$ で表される領域を動く。点 $(p+q, pq)$ の動く範囲を図示せよ。

4 [I . 明治大 II . 横浜市立大]

I . t が負でない実数値をとるとき、直線 $y = 2tx - t^2$ の上の点の存在する範囲を求めよ。

II . (1) a が、 $-1 \leq a \leq 1$ の範囲で変わるとき、 xy 平面上の直線 $y = ax + 2a^2 - 1$ の通る範囲を求め、図示せよ。

(2) θ が実数全体を動くとき、 xy 平面上の直線 $y = (\cos \theta)x + \cos 2\theta$ の通る範囲を求め、図示せよ。

表題

5 [(1) 三重大 (2) 関西学院大]

(1) 放物線 $y = (x-a)^2 + a^2$ を $a \geq 0$ の範囲で移動させたとき、放物線が通過してできる領域を図示せよ。

(2) 実数 t に対して、方程式 $(x-2t)^2 + y^2 = (5-t)^2$ で表される xy 平面上の図形を C_t とする。 t が実数全体を変化するとき、 C_t の通りうる部分を xy 平面上に図示せよ。

6 [I. 2010 京都産業大 II. 2016 関西学院大 III. 1996 立教大]

I. xy 平面上で、連立不等式

$$y \leq -2x + 8, \quad y \leq -\frac{2}{3}x + 4, \quad y \geq -\frac{1}{2}x + 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

の表す領域を D とする。

(1) 直線 $y = -2x + 8$ と直線 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ との交点の座標は ア である。領域 D

の面積は イ である。

(2) 領域 D 上の点 (x, y) に対して $x + y$ の値を考える。 $x + y$ の値が最大となる点の座標は ウ であり、 $x + y$ の値が最小となる点の座標は エ である。

(3) m を正の数とする。領域 D 上の点 (x, y) に対して $mx + y$ の値を考える。 $mx + y$ の値が オ で最大となるのは、 m の値が カ の範囲にあるときである。

また、 $mx + y$ の値の最小値が 1 であり、かつ、最大値が 4 であるのは、 m の値が

キ の範囲にあるときである。

II. x, y が 3 つの不等式 $y \geq -\frac{5}{3}x + 5, \quad y \geq 3x - 9, \quad y \leq \frac{1}{5}x + 5$ を満たすとする。この

とき、 $x + y$ の最小値は ア であり、最大値は イ である。また、 $x^2 + y^2$ の最

小値は ウ であり、そのときの x, y の値は $x = \text{エ}$, $y = \text{オ}$ である。

III. (1) 不等式 $-3x + y \leq -2, \quad x - 4y \leq -3, \quad 5x + 2y \leq 29$ を満足する (x, y) の領域を図示せよ。

(2) 点 (x, y) が (1) で求めた範囲を動くとき、 $f(x, y) = y + x^2 - 6x + 9$ の最大値を求めよ。

(3) 点 (x, y) が (1) で求めた範囲を動くとき、 $f(x, y) = y + x^2 - 6x + 9$ の最小値を求めよ。

表題

7 [2019 関西大]

円 $x^2 + y^2 = 6$ と放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ の交点のうち、第1象限にあるものを P とし、第2

象限にあるものを Q とする。P の座標は ア であり、Q の座標は イ である。

円 $x^2 + y^2 = 6$ の P における接線の方程式は $y =$ ウ である。

点 (x, y) が連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 6$, $y \geq \frac{1}{2}x^2 + 1$ が表す領域 D を動くとき、 $x + 2y$ の最

大値は エ であり、最小値は オ である。また、 (x, y) が同じ領域 D を動くとき、 $x + y$ の最大値は

カ である。

8 [2000 自治医科大]

2種類の食品 A, B の 100 g あたりの栄養素含有量は次の表の通りである。

	糖 質	蛋白質	脂 質
A	20 g	5 g	3 g
B	10 g	10 g	3 g

食品 A と B を組み合わせて糖質を 40 g 以上、蛋白質を 20 g 以上とる必要がある。一方、脂質摂取量は最小に抑えたい。このような条件下で脂質は何グラムとることになるか。