高2数学　基本問題演習　演習　17. 数列(1)

$\boxed{1}$ [Ⅰ．1998 神戸薬科大　Ⅱ．2016 近畿大　Ⅲ．群馬大]

Ⅰ．初項が -83，公差が 4 の等差数列の第 n 項までの和を S_n とすれば，$S_n=$ ア$\boxed{}$ となる．したがって，$n=$ イ$\boxed{}$ のとき S_n は最小となり，その値は ウ$\boxed{}$ である．

Ⅱ．200 未満の正の整数全体の集合を U とする。U の要素のうち，5 で割ると 2 余るもの全体の集合を A とし，7 で割ると 4 余るもの全体の集合を B とする。

(1)　A，B の要素をそれぞれ小さいものから順に並べたとき，A の k 番目の要素を a_k とし，B の k 番目の要素を b_k とする。このとき，

$a_k=$ ア$\boxed{}$$k-$ イ$\boxed{}$，$b_k=$ ウ$\boxed{}$$k-$ エ$\boxed{}$ と書ける。A の要素のうち最大のものは オ$\boxed{}$ であり，A の要素すべての和は カ$\boxed{}$ である。

(2)　$C=A\cap B$ とする。C の要素の個数は キ$\boxed{}$ 個である。また，C の要素のうち最大のものは ク$\boxed{}$ である。

(3)　U に関する $A\cup B$ の補集合を D とすると，D の要素の個数は ケ$\boxed{}$ 個である。また，D の要素すべての和は コ$\boxed{}$ である。

Ⅲ．6 を分母とする正の既約分数のうち 50 以下のものの和を求めよ．

$\boxed{2}$ [2004 関西学院大]

第 3 項が $\dfrac{9}{8}$，第 6 項が $\dfrac{243}{64}$ である等比数列の第 n 項を a_n，初項から第 n 項までの和を S_n とする．

a_n および S_n を n の式で表せ．また，$S_n\geqq 9999$ となる最小の自然数 n を求めよ．必要なら，$\log_{10}2=0.3010$，$\log_{10}3=0.4771$ を用いてよい．ただし公比は実数とする．

$\boxed{3}$［Ⅰ．東京女子大　Ⅱ．自治医科大　Ⅲ．関西大］

Ⅰ．3 つの実数 a, b, c が a, b, c の順序で等差数列になっていて， b, c, a の順序で等比数列になっているとする．

(1) a, b, c の和が 18 であるとき a, b, c の値を求めよ．

(2) a, b, c の積が 125 であるとき a, b, c の値を求めよ．

Ⅱ．(1)　3 つの実数 2^{x+2}，2^{2x}，2^4 がこの順に等差数列をなすような x の値を求めよ。

(2)　3 つの実数 $\log_2 x$，$\log_2 4x$，$\log_2 8x$ がこの順に等比数列をなすような x の値を求めよ。

Ⅲ．4 つの数 x，$2x-5$，y，z がこの順で等差数列になっている。

(1)　y および z をそれぞれ x を用いて表せ。

(2)　x を 0 でない数とする。x，y，z がこの順で等比数列になっているとき，x の値をすべて求めよ。

$\boxed{4}$［2014 大分大］

数列の和について次の一連の問いに答えよ。

(1)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k=\frac{1}{2}n(n+1)$ を示せ。

(2)　多項式 $(k+1)^3-k^3$ の展開を利用して $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ を示せ。

(3)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ を示せ。

(4)　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^4$ を求めよ。結果は因数分解すること。

高2数学　基本問題演習　演習　17. 数列(1)

$\boxed{5}$ [(1) 藤田保衛大 (2) 学習院大 (3) 東海大 (4) 近畿大 (5) 神戸女学院大 (6) 鳥取大]

(1) 自然数 n に対し，$S(n)=1^2\cdot2+2^2\cdot3+3^2\cdot4+\cdots\cdots+n^2\cdot(n+1)$ とおく。

$\dfrac{S(14)}{S(5)}=\boxed{}$ である。

(2) n を自然数とするとき，和 $\displaystyle\sum_{k=2n}^{3n}(3k^2+5k-1)$ を n の整式として表せ。

(3) n を自然数とする。次の和を求め，因数分解した形で書くと

$$2\cdot(2n-1)+4\cdot(2n-3)+6\cdot(2n-5)+\ \cdots\cdots\ +2n\cdot1=\boxed{}$$

である。

(4) n を $n\geqq2$ である自然数としたとき

$S_n=1\cdot(n-1)^2+2\cdot(n-2)^2+3\cdot(n-3)^2+\cdots\cdots+(n-2)\cdot2^2+(n-1)\cdot1^2$ とおく。すると $S_n=\dfrac{\overset{\text{ア}}{\boxed{}}}{\underset{\text{イ}}{\boxed{}}}n^4-\dfrac{\overset{\text{ウ}}{\boxed{}}}{\underset{\text{エ}}{\boxed{}}}n^2$ である。

(5) 数列 3，33，333，3333，33333，…… の一般項 a_n と，初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ.

(6) 数列 27, 2727, 272727, 27272727, …… について

[1]　第 n 項 a_n を求めよ.

[2]　第 n 項までの和 S_n を求めよ.

$\boxed{6}$ [2005 大分大]

整数 n について，$f(n)=(2n+1)(2n+3)(2n+5)(2n+7)(2n+9)$ とおく。

(1)　k を自然数とするとき，等式

$$f(k)-f(k-1)=a(2k+1)(2k+3)(2k+5)(2k+7)$$

が成立するように，定数 a の値を定めよ。

(2)　m が自然数であるとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{m}(2k+1)(2k+3)(2k+5)(2k+7)$ を $f(m)$ を用いて表せ。

高2数学　基本問題演習　演習　17. 数列(1)

$\boxed{7}$ [Ⅰ．1998 関西学院大　Ⅱ．2021 慶応義塾大　Ⅲ．2011 信州大]

Ⅰ．数列 -2, $^{ア}\boxed{}$, $0, 4, 10, 18$, $^{イ}\boxed{}$, $40, \cdots\cdots$ の第 $^{ウ}\boxed{}$ 項は 108 である．また，最初の 20 項の和は $^{エ}\boxed{}$ である．

Ⅱ．数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。$\{b_n\}$ が初項 2，公比 $\dfrac{1}{3}$ の等比数列となるとき，$\{b_n\}$ の一般項は $b_n=$ $^{ア}\boxed{}$ である。また，$\{a_n\}$ も等比数列になるならば，a_1 $=$ $^{イ}\boxed{}$ である。このとき $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ $^{ウ}\boxed{}$ である。

Ⅲ．3 つの数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$ は，次の 4 つの条件を満たすとする。

(a)　$x_1=a$，$x_2=b$，$x_3=c$，$x_4=4$，$y_1=c$，$y_2=a$，$y_3=b$

(b)　$\{y_n\}$ は $\{x_n\}$ の階差数列である。

(c)　$\{z_n\}$ は $\{y_n\}$ の階差数列である。

(d)　$\{z_n\}$ は等差数列である。

このとき，数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，$\{z_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{8}$ [2001 創価大]

数列 $\{a_k\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=3n^2+4n+2$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ と表されている．

(1)　一般項 a_k を求めよ．

(2)　数列 $\{(a_k)^2\}$ の初項から第 n 項までの和を n で表せ．

$\boxed{9}$ [2006 信州大]

数列 $\{a_n\}$ は，数列 $\{p^n a_n\}$ の初項 pa_1 から第 n 項 $p^n a_n$ までの和が q^n に等しいものとする。ただし，$p \neq 0$ とする。

(1)　a_n を求めよ。

(2)　$S_n=a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n$ を求めよ。