高2数学　基本問題演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{1}$ [(1) 2008 東京電機大　(2) 2011 法政大]

(1) 漸化式 $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2n-1$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) $a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+2^n-2n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列の一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{2}$ [2007 広島工業大]

数列 $\{a_n\}$ は条件 $a_1=1$，$(n-1)a_n=(n+1)a_{n-1}$ $(n=2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとする。

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。　　(2)　$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2a_k}$ を求めよ。

$\boxed{3}$ [2021 岩手大]

$a_1=4$，$a_{n+1}=2a_n-3$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ の一般項と，初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$\boxed{4}$ [(1) 2018 学習院大　(2) 1996 関西大]

(1) 条件 $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n-n^2+n$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ で定義されている．数列 $\{a_n-f(n)\}$ が公比 2 の等比数列になるように n の 2 次式 $f(n)$ を定め，a_n を n で表せ．

$\boxed{5}$ [2003 信州大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=3$，$a_{n+1}=2a_n+3^{n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとき，一般項 a_n を求めよ．

$\boxed{6}$ [2001 小樽商科大]

$a_1=5$，$a_{n+1}=8{a_n}^2$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を求めよ．

高2数学　基本問題演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{7}$ [(1) 2015 関西学院大　(2) 1999 千葉工業大]

(1) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{2a_n+3}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ によって定義されている。

$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくと，数列 $\{b_n+1\}$ は初項 ${}^{ア}\boxed{}$，公比 ${}^{イ}\boxed{}$ の等比数列になるから，

数列 $\{a_n\}$ の一般項を n の式で表すと，$a_n={}^{ウ}\boxed{}$ である。

(2) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1=1$，$a_{n+1}-3a_n+6a_{n+1}a_n=0$ ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$) を満たしているとき，$b_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくと，$b_{n+1}={}^{ア}\boxed{}b_n+{}^{イ}\boxed{}$ ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$) が成り立つ．これから，数列 $\left\{b_n-{}^{ウ}\boxed{}\right\}$ は公比 ${}^{ア}\boxed{}$ の等比数列となる．よって，

$a_n={}^{エ}\boxed{}$ である．

$\boxed{8}$ [2003 電気通信大]

$a_1=7$，$a_{n+1}=\dfrac{7a_n+3}{a_n+5}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定められる数列 $\{a_n\}$ について

(1)　$b_n=a_n-k$ とおくとき，$b_{n+1}=\dfrac{\alpha b_n}{b_n+\beta}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ となるような定数 k，α，β を求めよ．ただし $k>0$ とする．

(2)　$c_n=\dfrac{1}{b_n}$ とおく．数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ．

(3)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．更に，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$\boxed{9}$

条件 $a_1=2,\ a_{n+1}=\dfrac{2a_n+1}{a_n+2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を満たす数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。漸化式の a_{n+1}, a_n を x とおくことによってできる方程式の 2 つの解を α, β $(\alpha<\beta)$ とするとき， $\alpha={}^{ア}\boxed{}, \beta={}^{イ}\boxed{}$ となる。ここで $b_n=\dfrac{a_n-\alpha}{a_n-\beta}$ とおくと，数列 $\{b_n\}$ は初項 ${}^{ウ}\boxed{}$，公比 ${}^{エ}\boxed{}$ の等比数列となるので，数列 $\{b_n\}$ の一般項は， $b_n={}^{オ}\boxed{}$ になる。したがって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は， $a_n={}^{カ}\boxed{}$ となる。

高2数学　基本問題演習　19. 漸化式(1)

$\boxed{10}$ [2010 東京理科大]

数列 $\{a_n\}$ が $a_1=7$，$a_{n+1}=\dfrac{4a_n-9}{a_n-2}$，$n=1$，$2$，$3$，…… を満たす。

(1)　すべての自然数 n に対し，$a_n>3$ であることを示せ。

(2)　自然数 n に対し，$b_n=\dfrac{1}{a_n-3}$ とおく。b_{n+1} と b_n との関係を求めよ。

(3)　a_n を n で表せ。

$\boxed{11}$ [2015 奈良県立医科大]

次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=3,\ a_2=5,\ a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$\boxed{12}$ [2008 室蘭工業大]

数列 $\{a_n\}$ が次の条件を満たすとする。

$$a_1=1,\ a_2=6,\ a_{n+2}=6a_{n+1}-9a_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(1)　$b_n=a_{n+1}-3a_n$ とおくとき，数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{13}$ [2018 兵庫県立大]

数列 $\{a_n\}$ を $a_1=1$，$a_2=3$，$a_{n+2}-4a_{n+1}+4a_n=1$ $(n=1$，2，3，……$)$ と定める。

(1)　$b_n=a_{n+1}-2a_n$ $(n=1$，2，3，……$)$ とおくとき，b_n を求めよ。

(2)　a_n を求めよ。