

高2数学 基本問題演習 26. 図形と方程式(2)

1 [(1) 2019 甲南大 (2) 2012 名城大]

(1) 中心が直線 $y=2x+5$ 上にあり、原点と点 $(1, 2)$ を通る円の中心の座標は $\boxed{}$ であり、半径は $\sqrt{}$ である。

(2) 3点 $A(3, 1)$, $B(-3, 5)$, $C(-1, -1)$ を頂点とする $\triangle ABC$ の外心の座標と外接円の半径を求めよ。

2 [I. 2006 明治大 II. 2012 南山大]

I. xy 平面において、直線 $y=x+1$ を l , 円 $x^2+y^2=9$ を m とする。

(1) 原点 O から l へ垂線 OM を下ろす。このとき、 O と M との距離を求めよ。

(2) m と l との交点を A, B とするとき、弦 AB の長さを求めよ。

II. 平面上に、原点 O を中心とする半径 1 の円 C と、点 $(3, 0)$ を通る傾き m の直線 l がある。 l と C が異なる2点 A, B で交わるとき、 m の値の範囲は $\sqrt{}$ である。また、三角形 OAB の面積が $\frac{1}{2}$ のとき、 $m = \sqrt{}$ である。

3 [2007 千葉工業大]

円 $C: x^2+y^2-10x+6y+20=0$ の半径は $\sqrt{}$ であり、原点 O から C に引いた接線の接点を T とすると、 $OT = \sqrt{}$ である。

4 [2014 名城大]

xy 平面上に、円 $C: x^2+y^2=1$, C 上に点 $A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, および C の外に点

$B\left(\frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$ をとる。

(1) A における接線の方程式を求めよ。

(2) B から C に引いた接線の傾きを求めよ。

(3) B から C に引いた2本の接線の接点をそれぞれ P, Q とする。直線 PQ の方程式を求めよ。

高2数学 基本問題演習 26. 図形と方程式(2)

5 [東北学院大]

円 $C: x^2 + y^2 = 25$ と、点 $A(8, 6)$ がある。 A から円 C に引いた 2 本の接線の接点を P, Q とし、直線 PQ を l で表すとき

- (1) l の方程式を求めよ。
- (2) l 上の点で円 C の外部にある点 B をとる。 B から円 C に引いた 2 本の接線の接点を R, S とするとき、直線 RS は A を通ることを示せ。

6 [2000 青山学院大]

円 $(x-5)^2 + y^2 = 1$ と円 $x^2 + y^2 = 4$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 2 円の共通接線は全部で何本あるか。
- (2) 2 円の共通接線のうち接点がすべて第 1 象限にあるものの方程式を求めよ。
- (3) 各接線について 2 円との接点を結ぶ線分の長さのうち、最小のものと最大のものを求めよ。

7 [I. 2009 甲南大 II. 2007 名城大]

I. a は正の実数とする。 2 つの円 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ と $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 - a = 0$ が共有点をもつように、 a の値の範囲を定めよ。

II. xy 平面上に、円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と、 C_1 に外接する円 C_2 を考える。ただし、 C_2 は点 $(4, -1)$ で直線 $y = -1$ に接している。

- (1) C_2 の方程式を求めよ。
- (2) C_1, C_2 の両方に接する直線の方程式を求めよ。

8 [2023 中央大 2003 大阪工業大]

I. 2 つの円 $C_1: x^2 + y^2 - 3 = 0$, $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ について、次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 が 2 点で交わることを示し、それら 2 つの交点を通る直線の方程式を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 の 2 つの交点、および原点を通る円の方程式を求めよ。
- (3) C_1 と C_2 の 2 つの交点を通り、 x 軸に接する円で、 C_2 以外の円の方程式を求めよ。

II. 2 曲線 $y = 2x^2 - 3x + 1$, $y = -x^2 - x + 2$ の 2 つの交点を通る直線の方程式を求めよ。

高2数学 基本問題演習 26. 図形と方程式(2)

9 [慶応義塾大]

k にどのような値を与えても、直線

$$l: (x-2y+3)+k(x-y-1)=0$$

は常に定点 を通る. 点 P, Q を P(1, 3), Q(5, 1) とするとき, 線分 PQ と直線 l が交わるような k の値の範囲は である. また, 線分 PQ 上の点で l との交点となり得ない点の座標は である.

10 [I. 2001 中央大 II. 2003 立命館大]

I. 放物線 $y=x^2$ と円 $x^2+(y-a)^2=16$ との共有点の個数を求めよ. ただし, a は任意の実数とする.

II. xy 平面上に 2 つの図形 円 $O: x^2+(y-1)^2=r^2$ ($r>0$) と放物線 $C: y=ax^2$ ($a>0$) がある.

(1) 円 O と放物線 C の共有点が 1 個になる条件は, $r=$,

1 $< a \leq$ 2 である.

(2) 円 O と放物線 C の共有点が 3 個になる条件は, $r=$, $a>$ である.

(3) (2) の共有点を P, Q, R とし, 三角形 PQR の面積を S とすると, a を用いて

$S=$ 3 となる.