高2数学　基本問題演習　17. 数列(1)

$\boxed{1}$［Ⅰ．2009 慶応義塾大　Ⅱ．2009 東京薬科大　Ⅲ．2009 東北学院大］

Ⅰ．第 11 項が 70 であり，初項から第 3 項までの和が 777 である等差数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n は $a_n=$ ア $\boxed{}$ である。また $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値は イ $\boxed{}$ である。

Ⅱ．(1)　1 から 100 までの整数の中で，3 の倍数である数の和を求めよ。

(2)　1 から 100 までの整数の中で，5 の倍数である数の和を求めよ。

(3)　1 から 100 までの整数の中で，3 の倍数かつ 5 の倍数である数の和を求めよ。

(4)　1 から 100 までの整数の中で，3 の倍数でもなく 5 の倍数でもない数の和を求めよ。

Ⅲ．m，n は正の整数で $m<n$ とする。このとき，m 以上 n 以下の分数で，5 を分母とし，5 の倍数でない整数を分子とするもの全体の和を求めよ。

$\boxed{2}$［2000 近畿大］

第 3 項が 4，第 6 項が $-\dfrac{1}{2}$ である，公比が実数の等比数列の初項は ア $\boxed{}$，公比は イ $\boxed{}$ である．

また，この数列の第 11 項から第 20 項までの和は $\dfrac{2^{\text{ウ}\boxed{}}-1}{3\times 2^{\text{エ}\boxed{}}}$ となる．

$\boxed{3}$［(1) 2004 成蹊大　(2) 2010 愛媛大］

(1) 異なる 3 つの実数 a，b，c がこの順で等差数列をなし，a，c，b の順で等比数列をなす．更に $abc=27$ であるとき，a，b，c の値を求めよ．

(2) 数列 1，a，b，c はこの順に等差数列であり，数列 a，b，1，c はこの順に等比数列であるとする。このとき，$c=1$ であることを示せ。

$\boxed{4}$ [Ⅰ．東北大　Ⅱ．2004 浜松大　Ⅲ．2008 信州大]

Ⅰ．$S_n=\sum_{k=1}^{n} k\ (k=1, 2, \cdots\cdots, n)$ とするとき，次の和を求めよ．

(1) $T_n=\sum_{k=1}^{n} S_k$　　(2) $U_n=\sum_{k=1}^{n} T_k$

Ⅱ．$1\cdot n+2\cdot(n-1)+3\cdot(n-2)+\cdots\cdots+n\cdot 1$ を求めよ．

Ⅲ．数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

$a_1=1$，$a_2=11$，$a_3=111$，……，$a_n=\overbrace{111\cdots1}^{n\text{ 桁}}$，……

このとき，$\sum_{k=1}^{n} a_k=\dfrac{10^{n+1}-9n-10}{81}$ を示せ。

$\boxed{5}$ [2013 慶応義塾大]

自然数 k，n に対して $f_k(n)=n(n+1)(n+2)\cdots\cdots(n+k-1)$ とする。このとき

$$f_{k+1}(n)-f_{k+1}(n-1)=\left({}^{ア}\boxed{}\right)f_k(n)\quad (n\geqq 2)$$

よって　$\sum_{r=1}^{n} f_k(r)={}^{イ}\boxed{}\,f_{k+1}(n)$

これより　$1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots\cdots+n(n+1)={}^{ウ}\boxed{}\,n(n+1)\left({}^{エ}\boxed{}\right)$

一般に，$\sum_{r=1}^{n} r(r+1)(r+2)\cdots\cdots(r+k)={}^{オ}\boxed{}\,\dfrac{\left(n+{}^{カ}\boxed{}\right)!}{(n-1)!}$ となる。

$\boxed{6}$ [Ⅰ．2015 南山大　Ⅱ．2003 佐賀大]

Ⅰ．数列 $\{a_n\}$ が $a_1=5$，$a_2=7$，$a_3=11$ を満たすとする。数列 $\{a_n\}$ の階差数列が等差数列であるとき $a_n={}^{ア}\boxed{}$ である。また，数列 $\{a_n\}$ の階差数列が等比数列であるとき $a_n={}^{イ}\boxed{}$ である。

Ⅱ．次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を以下の手順で求めよ．

1，2，4，10，23，46，82，134，……

(1)　数列 $\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする．b_1，b_2，b_3，b_4，b_5 を求めよ．

(2)　数列 $\{b_n\}$ の階差数列は等差数列である．数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(3)　(2) の結果を用いて，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$\boxed{7}$ [2019 防衛大学校]

数列 a_1，a_2，a_3，……，a_n，…… の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

$S_n=-n^3+15n^2-56n+1$ であるとき，次の問いに答えよ。

(1)　a_2 の値を求めよ。

(2)　a_n $(n=2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を n の式で表せ。

(3)　S_n の最大値を求めよ。

$\boxed{8}$ [2020 関西大]

数列 $\{a_n\}$ について，すべての自然数 n に対して $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} ka_k=n(n+1)(n+2)(n+3)$ が成り立っている。

(1)　$a_1=$ ${}^{ア}\boxed{}$，$a_2=$ ${}^{イ}\boxed{}$ である。

(2)　$a_n=$ ${}^{ウ}\boxed{}$ である。

(3)　$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とおくとき，$S_n=$ ${}^{エ}\boxed{}$ である。

(4)　$T_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ とおくとき，$T_n=$ ${}^{オ}\boxed{}$ である。

(5)　$\dfrac{23}{200}<T_n<\dfrac{3}{25}$ となる n の範囲は ${}^{カ}\boxed{}$ である。