

高2数学 基本問題演習 演習 7. 2次方程式・不等式(2)

1 [2011 慶応義塾大]

a を実数として、次の2次不等式について考える。

$$x^2 - ax + (a-1) \leq 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- (1) 不等式①を満たす整数 x の個数がちょうど3個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。
- (2) 不等式①を満たす整数 x の個数を $N(a)$ で表すことにする。 a が整数のとき、 $N(a)$ を a を用いて表せ。

2 [(1) 2003 法政大 (2) 2003 愛知教育大]

- (1) a と x を実数とする。 x についての不等式 $x^2 - (a^2 + a - 2)x + a^3 - 2a < 0$ を解け。
- (2) a を定数とすると、 x についての不等式 $(a-2)x^2 + (4-a)x - 2 \geq 0$ を解け。

3 [2020 関西学院大]

k は0でない定数とする。2つの2次不等式

$$x^2 - 7x + 12 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 - 3kx + 2k^2 < 0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

を考える。①を満たす x の値の範囲は \sup である。

$k < 0$ の場合は、②を満たす x の値の範囲は \sup であり、そのような x は①を満たさない。

$k > 0$ として考えよう。①と②の両方を満たす x が存在するような k の値の範囲は \cup である。

また、①を満たす x がすべて②を満たすような k の値の範囲は \cap である。

4 [I. 2011 大同大 II. 2001 関西大]

I. $2x^2 - 19x + a < 0$ を満たす実数 x が存在するとき、定数 a の値の範囲は $a < \sup$ である。 $2x^2 - 19x + a < 0$ を満たす整数 x がただ1つ存在するとき、その整数 x は \sup であり、定数 a の値の範囲は \cup $\leq a < \cap$ である。

高2数学 基本問題演習 演習 7.2次方程式・不等式(2)

II. (1) $6x^2 + 59x + 75 \leq 0$ を満たす x の整数値をすべて求めよ.

(2) 不等式 $x^2 + ax - b < 0$ を満たす x の整数値が $x = 1, 0, -1$ の3個だけであるような a, b を座標とする点 (a, b) の存在範囲を図示せよ.

5 [2007 関西大]

$0 \leq x \leq 2$ を満たすすべての x に対して、不等式 $x^2 - ax - a \leq x$ が成り立つような実数の定数 a のとる値の範囲を求めよ.

6 [(1) 2022 福島大 (2) 2017 摂南大]

(1) 不等式 $k(x^2 + x + 1) > x + 1$ がすべての実数 x について成り立つような実数 k の値の範囲を求めよ.

(2) a は実数の定数で、どんな実数 x に対しても、常に $ax^2 + (a-1)x + 2(a-1) < 0$ が成

り立つという。このとき、 a の値の範囲は $a < -\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

7 [2018 摂南大]

$f(x) = x^2 - 3ax + \frac{9}{2}a + 18$ について、すべての実数 x に対して、 $f(x) > 0$ となる定数 a

の値の範囲は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} < a < \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。また、 $-2 \leq x \leq 2$ で常に $f(x) \geq 0$ となる

a の値の範囲は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}} \leq a \leq \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

8 [2007 佛教大]

x に関する2つの不等式 $x^2 - 5x + 4 < 0$, $x^2 - ax + 5a < 0$ を同時に満たす整数 x がただ1つだけ存在するような定数 a の値の範囲を求めよ.

高2数学 基本問題演習 演習 7.2次方程式・不等式(2)

9 [(1)2024 西南学院大 (2)2015 学習院大]

(1) 2次不等式 $2x^2 - 5x - 3 \leq 0$ を満たすすべての x について、 $-x^2 + 6ax + 2 \geq 0$ を満たす

ような定数 a のとりうる値の範囲は、 $\frac{\text{ア}}{\text{イ}} \leq a \leq \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。

(2) 次の条件を満たすような実数 a の範囲を求めよ。

(条件)：どんな実数 x に対しても

$$x^2 - 3x + 2 > 0 \quad \text{または} \quad x^2 + ax + 1 > 0$$

が成立する。