

## 高2数学 基本問題演習 33. 積分法(2)

---

1 [2021 愛媛大]

曲線  $y = x^3 - x^2 - 2x$  と  $x$  軸とで囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

2 [1996 滋賀大]

2 つの関数  $y = x^3 - 3x$ ,  $y = -x^2 + 3$  について

- (1) 上の 2 つの関数のグラフの概形を同一座標平面上にかけ。
- (2) (1) の 2 つのグラフで囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

3 [(1) 2008 愛知工業大 (2) 1999 東北学院大 (3) 2011 九州歯科大]

- (1)  $\int_{-1}^2 |x-1| dx$  を求めよ。
- (2) 定積分  $\int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$  を求めよ。
- (3) 定積分  $I = \int_{-1}^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx$  の値を求めよ。

4 [I. 2000 名古屋市立大 II. 2009 弘前大]

I. 0 以上の実数  $\alpha$  に対して  $F(\alpha) = \int_{-1}^1 |x^2 - \alpha^2| dx$  とするとき

- (1)  $F(\alpha)$  を求めよ。
- (2)  $\alpha$  が  $0 \leq \alpha \leq 2$  の範囲を動くとき、 $F(\alpha)$  の最大値と最小値を求めよ。

II.  $a$  を実数とする。

- (1) 定積分  $\int_0^1 |x^2 - ax| dx$  を求めよ。
- (2) この定積分の値を最小にする  $a$  の値と、そのときの定積分の値を求めよ。

## 高2数学 基本問題演習 33. 積分法(2)

5 [2010 県立広島大]

放物線  $y = \frac{1}{2}x^2$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P\left(1, \frac{1}{2}\right)$  における接線  $l_1$  の方程式を求めよ。
- (2) 点  $P$  を通り直線  $l_1$  に直交する直線を  $l_2$  とする。直線  $l_2$  と  $x$  軸との交点  $A$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $A$  を中心とし、直線  $l_1$  に接する円の方程式を求めよ。
- (4) (3) の円と  $x$  軸との交点のうち原点に近い方の点  $B$  の座標を求めよ。
- (5) 放物線、円弧  $BP$  および  $x$  軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

6 [2020 琉球大 1998 日本福祉大]

I. 実数  $a > 1$  に対して、 $f(x) = x^2 + 2x - a^2 + 2a$  とおく。

- (1) 2次方程式  $f(x) = 0$  の解を  $a$  を用いて表せ。
- (2) 放物線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および直線  $x = a$  で囲まれた2つの部分の面積が等しいとき、 $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  を示し、このときの  $a$  の値を求めよ。

II. 放物線  $y = x^2$  と直線  $y = cx - 1$  が異なる2点で交わる場合、放物線と直線で囲まれた部分の面積を  $S_1$ 、放物線と直線および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $S_2$  とするとき、 $S_1 = S_2$  となる  $c$  の値を求めよ。

7 [2001 東京工科大]

関数  $f(x) = x(x-a)(x-b)$  ( $0 < a < b$ ) とし、曲線  $C: y = f(x)$  と  $x$  軸との交点を左から順に  $O, A, B$  とする。曲線  $C$  と線分  $OA$ 、曲線  $C$  と線分  $AB$  によって囲まれる部分をそれぞれ  $S, T$  とする。  $S, T$  の面積が等しくなるのは  $b = \sqrt{\square} a$  のときであり、こ

のとき、 $S$  の面積は  $\frac{1}{\sqrt{\square}} a^{\square}$  である。

## 高2数学 基本問題演習 33. 積分法(2)

---

8 [1996 広島大]

$xy$  平面上の曲線  $C$  と直線  $l$  を次のように定める.  $C: y = x(x-3)^2, l: y = mx$

- (1)  $C$  と  $l$  が  $x \geq 0$  において異なる 3 点で交わるような  $m$  の値の範囲を求めよ.
- (2) (1) で,  $C$  と  $l$  で囲まれる 2 つの図形の面積が等しくなる  $m$  の値を求めよ.
- (3) (2) のとき, 2 つの図形の面積の和を求めよ.

9 [1997 防衛大学校]

2 つの曲線  $y = x(x-1)^2, y = kx^2 (k > 0)$  について

- (1) この 2 つの曲線は相異なる 3 点で交わることを示せ.
- (2) この 2 つの曲線で囲まれる 2 つの部分の面積が等しくなるような  $k$  の値を求めよ.